

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA FLORESTAL

FREDERICO JOSÉ NISTAL FRANÇA

MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM MADEIRA DE  
*Pinus sp.*

JERÔNIMO MONTEIRO  
ESPÍRITO SANTO

2011

FREDERICO JOSÉ NISTAL FRANÇA

MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM MADEIRA DE  
*Pinus sp.*

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Industrial Madeireiro.

JERÔNIMO MONTEIRO

ESPÍRITO SANTO

2011

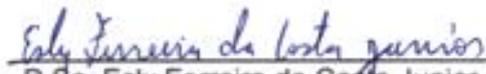
FREDERICO JOSÉ NISTAL FRANÇA

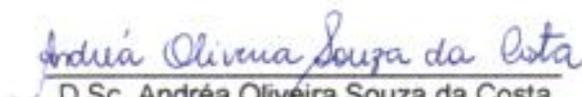
MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM MADEIRA DE  
*Pinus sp.*

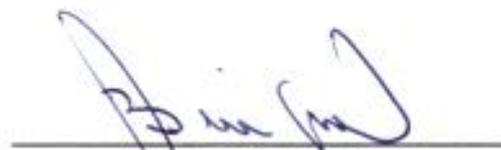
Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Industrial Madeireiro.

Aprovado em 10 de novembro de 2011.

COMISSÃO EXAMINADORA

  
D.Sc. Eslly Ferreira da Costa Junior  
ERU/CCA/UFES  
Orientador

  
D.Sc. Andréa Oliveira Souza da Costa  
ERU/CCA/UFES  
Examinadora

  
D.Sc. Juarez Benigno Paes  
DEF/CCA/UFES  
Examinador

Aos meus pais, padrasto e irmão pelo apoio, compreensão e carinho.  
Aos que por mim passaram e deixaram suas contribuições para meu crescimento  
pessoal e profissional.

“A vida é igual andar de bicicleta. Para  
manter o equilíbrio é preciso se manter  
em movimento.”  
Albert Einstein

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me possibilitado chegar onde estou, e por ter me abençoado a cada dia da minha vida.

A Universidade Federal do Espírito Santo, pela oportunidade de desenvolver meus trabalhos acadêmicos, projetos e viagens de estudo.

Aos meus pais, pela confiança em mim depositada e pelo apoio nos momentos em que necessito.

À minha família, que muito contribuiu para que eu chegasse onde hoje cheguei.

Ao professor D.Sc. Esly Ferreira da Costa Junior, pela disponibilidade, dedicação, confiança e paciência de ensinar, sem o qual o trabalho não seria realizado.

Aos professores D.Sc. Andréa Souza da Costa, M.Sc. Djeison Cesar Batista e D.Sc. Juarez Benigno Paes, pelas valiosas informações e ajudas em termodinâmica, transferência de calor e massa, secagem e física da madeira.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES), processo n. 45439842/09, pelo apoio financeiro.

Por fim, aos meus companheiros da turma de Engenharia Industrial Madeireira 2007/2, que muito contribuíram nestes quase cinco anos.

## RESUMO

Para melhor uso da tecnologia de secagem de madeiras são necessárias análises experimentais ou auxílio de ferramentas matemáticas. Os modelos matemáticos empregados para o estudo de secagem, em geral, expressam problemas de condução transiente e condições de contorno simplificadas, o que em alguns casos podem ser resolvidos por meio de soluções analíticas e em outros por métodos numéricos. Neste trabalho é realizada a modelagem matemática e a simulação numérica do processo de aquecimento de tábuas de madeira, pelo uso de equações para cálculo dos coeficientes das propriedades térmicas e físicas, sendo necessário o emprego de métodos numéricos. Validou-se o modelo gerado, ao comparar os resultados obtidos na simulação com os analíticos. Simulou-se o aquecimento para diferentes espessuras, teores de umidade e densidades básicas, e foi verificado que é possível reproduzir dados com baixo nível de erros, evidenciando assim que os modelos utilizados são bastante promissores para aplicações em outros segmentos, sendo uma ferramenta de apoio em tomadas de decisão.

Palavras chave: Simulação. Transmissão de Calor. Espessura da peça. Densidade da madeira.

## ABSTRACT

To better use of wood drying technology are necessary analysis or experimental aid of mathematical tools. The mathematical models used to study drying, in general, express transient conduction problems and simplified boundary conditions, which in some cases can be solved by means of analytical solutions and in other ones by numerical methods. In this work the mathematical modeling and numerical simulation of the heating process of wooden boards made use of equations to calculate the coefficients of thermal and physical properties, necessitating the employee numerical methods. Validated model was generated by comparing the results obtained in simulation with analytical ones. Warming was simulated for different thicknesses, moisture contents and basic wood densities, and it verified that is possible to reproduce data with low errors, thus showing that the models used are very promising for applications in other segments, being a tool support decision making.

Keywords: Simulation. Heat transfer. Thickness of piece. Wood density.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. O PROBLEMA E SUA IMPORTÂNCIA.....	1
1.2. OBJETIVOS .....	2
1.2.1. Objetivo geral.....	2
1.2.2. Objetivos específicos.....	2
2. REVISÃO DE LITERATURA.....	3
2.1. SECAGEM DA MADEIRA .....	3
2.1.1. Água existente na madeira .....	4
2.1.2. Aquecimento inicial .....	5
2.1.3. Transferência de calor .....	5
2.2. MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA MADEIRA .....	6
2.3. PROPRIEDADES TÉRMICAS E FÍSICAS DA MADEIRA.....	6
2.3.1. Calor específico .....	6
2.3.2. Condutividade térmica .....	7
2.3.3. Difusividade térmica.....	8
2.4. NÚMEROS ADIMENSIONAIS .....	9
2.4.1. Número de Biot.....	9
2.4.2. Número de Fourier.....	9
2.5. COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR .....	10
2.6. MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA MADEIRA .....	11
3. METODOLOGIA.....	12
3.1. DETERMINAÇÃO DE TEMPERATURAS PELO MODELO DE FOURIER.....	12
3.2. SOLUÇÃO ANALÍTICA COM PROPRIEDADES CONSTANTES .....	13
3.3. SOLUÇÃO PELO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS.....	15
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	17
4.1. VALIDAÇÃO DO MODELO.....	17

4.2. SIMULAÇÃO DO AQUECIMENTO .....	18
4.3. COMPORTAMENTO COM A VARIAÇÃO DA ESPESSURA .....	19
4.4. COMPORTAMENTO COM A VARIAÇÃO DA UMIDADE .....	20
4.5. COMPORTAMENTO COM A VARIAÇÃO DA DENSIDADE BÁSICA .....	22
5. CONCLUSÕES .....	23
6. REFERÊNCIAS.....	24

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Curvas de aquecimento de uma tábua de madeira calculado analiticamente e por simulação para duas discretizações da espessura .....	18
Figura 2 -	Comportamento simulado da temperatura em uma tábua de madeira calculado por simulação numérica em 3 posições na espessura .....	19
Figura 3 -	Perfil de temperatura ao longo da espessura em diferentes instantes .....	20
Figura 4 -	Curvas simuladas do aquecimento no centro de tábuas com diferentes espessuras .....	21
Figura 5 -	Curvas simuladas do aquecimento no centro da espessura de tábuas de 2 cm com diferentes teores de umidade .....	22
Figura 6 -	Curvas simuladas do aquecimento no centro da espessura de tábuas de 2 cm com diferentes densidades básicas .....	23

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Condutividade térmica de madeiras com teor de umidade igual à 12%, do ar e da água .....	8
Tabela 2 - Coeficientes convectivos de transferência de calor (h) .....	11

## 1. INTRODUÇÃO

A secagem de madeiras é um processo de grande importância na indústria madeireira. Vantagens como redução de massa e da anisotropia de contração, elevação da resistência a organismos xilófagos e das propriedades mecânicas, além de agregação de valor, podem ser destacados na madeira seca.

Para se aprimorar a secagem é necessário o conhecimento dos processos físicos envolvidos na transferência simultânea de calor e massa, o controle do processo de remoção da umidade, sua dependência com a temperatura, teor de umidade inicial, umidade relativa do ambiente, e assim contribuir para reduzir o tempo de secagem e melhorar a qualidade da madeira serrada e seca.

Na fase de aquecimento inicial da secagem convencional de madeiras, busca-se a transmissão de calor do ar para a madeira, evitando que ocorra transferência de massa da madeira para o ar, mantendo-se o ar saturado de vapor de água.

A simulação da secagem da madeira utilizando modelos matemáticos é uma alternativa que pode ser adotada na melhoria de programas de secagem, sendo possível reduzir o gasto energético, tempo e incidência de defeitos de secagem. Desta forma, modelos que descrevem processos de transferência de calor e de massa podem auxiliar a tomada de decisão durante a rotina industrial.

As vantagens de se utilizar modelos matemáticos são a sensibilidade dos modelos ao mudar os parâmetros de secagem; a solução poder ser generalizada para diferentes espécies; e a melhor análise da relação entre madeira, água e temperatura.

### 1.1. O PROBLEMA E SUA IMPORTÂNCIA

A secagem de madeiras é um processo que envolve transferência de calor e massa no interior da madeira e convecção de calor e de massa na superfície das peças. No aquecimento inicial, busca-se manter a umidade relativa alta, evitando-se que a madeira perca umidade durante o aquecimento. Este trabalho propõe um estudo e a modelagem da transferência de calor em madeira de *Pinus* sp.

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é simular numericamente o aquecimento de uma tábua de madeira, com base na Lei de Fourier, escrita em coordenadas cartesianas, unidimensional e sem geração de calor, fazendo uso de equações para cálculo dos coeficientes das propriedades térmicas e físicas descritas na literatura, sendo necessário o uso de métodos numéricos.

### 1.2.2. Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Validar o modelo gerado, pela comparação dos resultados obtidos na simulação, ao empregar coeficientes constantes das propriedades térmicas e físicas com o resultado analítico;
- Simular o aquecimento de tábuas em diferentes espessuras, teores de umidade e densidades básicas fazendo uso de equações para cálculo dos coeficientes das propriedades térmicas e físicas descritas na literatura; e
- Verificar que tais simulações numéricas são de importante uso em processos reais de secagem de madeiras.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

A madeira é um material que vem sendo utilizado pelo homem desde os primórdios da humanidade. O fato de ser um material leve, de grande plasticidade e trabalhabilidade, ou seja, adaptável a uma variedade de formas, fez deste material a principal matéria-prima utilizada pela indústria moveleira (PALOIELLO, 2001).

A madeira é um material ecologicamente correto, consome menos energia em sua transformação, sua produção é pouco poluente, sendo um material estrutural renovável. Vantagens do material como facilidade de manuseio, possibilidade de reaproveitamento, grande resistência mecânica e reduzida massa específica também podem ser citados.

### 2.1. SECAGEM DA MADEIRA

A madeira é um material higroscópico que mantém relações dinâmicas com o ambiente, cedendo e adquirindo água do meio. Durante a secagem de madeiras, a água se desloca das regiões de maior para as de menor umidade. Seja na forma líquida ou vapor, a água se desloca pelos espaços vazios e pelas paredes celulares presentes na madeira.

A secagem da madeira consiste na remoção da umidade da superfície de peças de madeira enquanto ocorre o movimento da água do interior para a superfície. Do ponto de vista físico, a secagem pode ser definida como um balanço entre a transmissão de calor do ar para a superfície da madeira e a transferência de massa do interior para a superfície e desta para a corrente de ar (MELLADO, 2007).

A secagem da madeira é um dos processos mais importantes na fase de industrialização da mesma. A agregação de valor pela secagem adequada tem sido alvo de pesquisa ao longo dos anos. Sua secagem apresenta vantagens como a substancial redução de peso, com conseqüente redução dos custos de transporte; aumento da resistência mecânica e de ligações por pregos e parafusos; melhora das propriedades de colagem de lâminas e madeira sólida; aumento da resistência a fungos, bolores e insetos; aumento das propriedades de isolamento térmico, elétrico e acústico à medida que se reduz o teor de umidade; melhores condições para tornear, fresar e lixar (FERNANDES; COSTA; THOMAS, 2006).

A secagem da madeira é uma etapa obrigatória na geração de produtos sólidos de maior valor agregado. Dentre as diversas técnicas de redução da higroscopicidade da madeira e conseqüentemente, da anisotropia, a secagem em câmara convencional continua sendo a mais praticada e difundida, por causa da praticidade, custos, produção em larga escala e qualidade dos resultados obtidos, dentre outras vantagens (BATISTA, 2009).

A secagem adequada da madeira irá colaborar para redução dos custos de produção e na qualidade do produto final. Os padrões de qualidade exigidos pelo mercado consumidor tendem a ser cada vez maiores, exigindo madeira seca em câmaras de secagem, beneficiadas e bem bitoladas, com teor de umidade constante e embaladas (KLITZKE, 2007).

O entendimento da secagem é fundamental para o desenvolvimento da indústria de produtos de madeira, sendo impossível a obtenção de produtos com qualidade do tipo exportação caso a madeira não seja seca adequadamente, tornando-se uma condição determinante para o êxito ou fracasso desta operação comercial.

#### 2.1.1. Água existente na madeira

Na madeira a água é encontrada na forma livre ou capilar, localizada nos espaços intercelulares e nos lúmens celulares e na forma higroscópica, encontrada nas paredes celulares.

A água livre ou capilar é a água na forma líquida, existente nas cavidades celulares e nas aberturas ligando as cavidades celulares na madeira. A água capilar ocorre somente na madeira cujo conteúdo de umidade está acima da umidade de saturação ao ar (GALVÃO; JANKOWSKY, 1985).

A água higroscópica, também chamada de água de impregnação ou de adesão, é encontrada nas paredes celulares. Existe uma teoria de que a água de impregnação está constituída por hidrogênios fixados principalmente por grupos hidroxilas de celulose, das polioses e em menores quantidades na lignina formando ligações de hidrogênio (KLITZKE, 2007).

A água na madeira normalmente se movimenta de zonas de maior teor para as de menor teor de umidade, podendo ser considerada em duas fases: movimento da água do interior para a superfície; e remoção de água da superfície (SIMPSON, 1991).

### 2.1.2. Aquecimento inicial

De forma geral, existem três fases distintas nos programas de secagem: o aquecimento inicial; a secagem propriamente dita e; a fase de uniformização e condicionamento (GALVÃO; JANKOWSKY, 1985). Pode-se distinguir as diferentes fases caracterizadas pela variação na taxa de secagem e que determinam a curva característica de secagem do material.

Segundo os mesmos autores, no aquecimento inicial devem-se evitar diferenças de temperatura de bulbo seco e bulbo úmido maiores do que 2°C, para que a madeira não comece a secar antes de estar completamente aquecida.

Nesta fase, a madeira é aquecida sem iniciar o processo de secagem propriamente dito. O ar no interior da câmara de secagem é aquecido até atingir a temperatura de bulbo seco desejada, sendo indesejado que a madeira inicie o processo de secagem, utilizando-se umidades relativas acima de 85% (GALVÃO; JANKOWSKY, 1985).

### 2.1.3. Transferência de calor

Quanto mais alta a temperatura do ar maior é a taxa de saída de umidade do interior da madeira para a superfície. Fisicamente, o calor é a fonte de energia necessária para a evaporação. A velocidade de evaporação depende da quantidade de energia (calor) aplicada por unidade de tempo e da capacidade do meio (ar) absorver umidade de madeira (KLITZKE, 2007).

Segundo Incropera et al. (2008), transferência de calor é a energia térmica em trânsito causada pela diferença de temperaturas no espaço. A condução de calor ocorre em razão das atividades atômicas e moleculares, sendo vista como a transferência de energia das partículas mais energéticas para as menos energéticas de uma substância por causa das interações entre partículas.

A transferência de calor por convecção abrange dois mecanismos de transmissão de calor. Além do mecanismo de energia por causa do movimento molecular aleatório (difusão), a energia também é transferida por meio do movimento global, ou macroscópico do fluido (INCROPERA et al., 2008).

Klitzke (2007) afirmou que a transferência de calor na superfície da peça de madeira ocorre por convecção forçada (ventilação) e da superfície para o interior da madeira por condução (molécula a molécula).

No início da secagem, quando a madeira ainda está saturada, a transferência de calor na superfície é o fator mais importante. Desta forma, neste início, altas velocidades do ar favorecem a secagem mais rápida. À medida que a madeira vai perdendo umidade, o processo físico de transferência de calor por difusão vai ganhando maior importância, não sendo necessárias grandes velocidades do ar (KLITZKE, 2007).

## 2.2. MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA MADEIRA

Os trabalhos de simulação do processo de secagem da madeira apresentam limitações ligadas à física do problema, a especificidades da própria pesquisa realizada, além das dificuldades de natureza computacional.

Modelos matemáticos mais realísticos e confiáveis, que sejam suportados pela experimentação são de grande interesse para a comunidade científica e para a indústria que ainda não possui ferramentas computacionais modernas que possibilitem simular a secagem de madeiras (FERNANDES; COSTA; THOMAS, 2006).

Segundo Mellado (2007), a maior parte dos modelos matemáticos tem sido empíricos, representando a relação causa-efeito sem estar embasados nos fenômenos envolvidos no processo. O fenômeno pode ser representado por uma equação diferencial ordinária ou uma equação diferencial parcial, que pode ou não ter solução analítica. Se não houver solução analítica, deve-se encontrar uma solução numérica (diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos).

## 2.3. PROPRIEDADES TÉRMICAS E FÍSICAS DA MADEIRA

As propriedades térmicas da madeira são importantes para a secagem porque estão relacionadas ao requerimento de energia e ao tempo requerido para aquecer a madeira à temperatura de secagem (SIMPSON, 1991).

### 2.3.1. Calor específico

O calor específico é definido como a quantidade de energia necessária para aumentar a temperatura de uma substância de massa conhecida. O calor específico da madeira que contém água é maior do que o da madeira seca. Acima da umidade

de saturação ao ar, o calor específico corresponde à soma do calor específico da madeira, calor específico da água e um fator que considera a energia adicional da água de impregnação da madeira (SIMPSON; TENWOLDE, 1999).

Segundo Kollmann e Côté Junior (1968), o calor específico é dependente do teor de umidade inicial da madeira, e para a madeira de *Pinus* sp. pode ser determinado a partir da Equação 1.

$$C_{\text{mad}} = 4186,8 \times \frac{0,01 \times T_{\text{ui}} + 0,324}{1 + 0,01 \times T_{\text{ui}}} \quad (1)$$

em que:

$C_{\text{mad}}$  = calor específico da madeira (J/kg°C); e

$T_{\text{ui}}$  = teor de umidade inicial da madeira (%).

### 2.3.2. Condutividade térmica

A condutividade térmica (k) é a medida da taxa de fluxo de calor através de uma unidade de espessura de um material, sujeita a um gradiente de temperatura. Este parâmetro é afetado pela densidade, teor de umidade, teor de extrativos, direção da grã, irregularidades estruturais (fendas, nós e ângulo das fibras) e temperatura. A condutividade térmica aumenta com o aumento da densidade, do teor de umidade, da temperatura e do teor de extrativos (SIAU, 1984). Na Tabela 1 encontram-se as condutividades térmicas de madeiras com teor de umidade igual à 12%, do ar e da água.

Tabela 1 - Condutividades térmicas da madeira, do ar e da água

Material	Condutividade Térmica (J/m.s°C)
Densidade igual a 450kg/m <sup>3</sup> , perpendicular às fibras	0,125
Densidade igual a 450kg/m <sup>3</sup> , paralelo às fibras	0,314
Densidade igual a 700kg/m <sup>3</sup> , perpendicular às fibras	0,178
Densidade igual a 700kg/m <sup>3</sup> , paralelo às fibras	0,443
Água	0,585
Ar	0,238

Fonte: adaptado de Siau (1984).

A condutividade térmica é aproximadamente a mesma nas direções radial e tangencial (SIMPSON; TENWOLDE, 1999). Segundo Kollmann e Côté Junior (1968), a condutividade térmica para madeira de *Pinus* sp. é determinada pelas Equações 2, 3 e 4.

$$k_1 = 1,68 \times 10^{-4} \times \rho_u + 0,022 \quad (2)$$

$$k_u = k_1 \times [ 1 - 0,0125 ( 10 - T_{ui} ) ] \quad (3)$$

$$k_{mad} = 1,163 \times k_u \left\{ 1 - \left[ ( 1,1 - 9,8 \times 10^{-4} \rho_0 ) \times \left( \frac{27 - T}{100} \right) \right] \right\} \quad (4)$$

em que:

$k_{mad}$  = condutividade térmica da madeira (J/m.s°C);

$k_1$  = valor referencial a 10% de teor de umidade;

$\rho_u$  = densidade aparente (kg/m<sup>3</sup>) a 10% de umidade;

$k_u$  = valor referencial ao teor de umidade inicial ( $T_{ui}$ ) da madeira (%);

$T_{ui}$  = teor de umidade da madeira;

$T$  = temperatura do ambiente (°C); e

$\rho_0$  = densidade anidra da madeira (kg/m<sup>3</sup>).

### 2.3.3. Difusividade térmica

A difusividade térmica é uma medida do quão rápido um material pode absorver calor. É a razão entre a condutividade térmica e o produto da densidade e do calor específico da madeira (SIMPSON; TENWOLDE, 1999). Segundo Incropera et al. (2008), a difusividade térmica pode ser determinado a partir da Equação 5.

$$\alpha_{mad} = \frac{k_{mad}}{c_{mad} \times \rho_{av}} \quad (5)$$

em que:

$\alpha_{mad}$  = difusividade térmica da madeira (m<sup>2</sup>/s);

$k_{mad}$  = condutividade térmica da madeira (J/m.s°C);

$c_{mad}$  = calor específico da madeira (J/kg°C); e

$\rho_{av}$  = densidade aparente da madeira,  $\rho_{av} = \rho_{av} (1+T_{ui})$ , em (kg/m<sup>3</sup>).

## 2.4. NÚMEROS ADIMENSIONAIS

### 2.4.1. Número de Biot

O número de Biot representa uma medida da importância relativa da resistência térmica dentro de um corpo sólido e corresponde à razão entre as resistências interna e externa ao transporte de calor (INCROPERA et al., 2008) e o número de Biot pode ser determinado a partir da Equação 6.

$$B_i = \frac{h_c \times L}{k_{\text{mad}}} \quad (6)$$

em que:

$B_i$  = número de Biot;

$h_c$  = coeficiente de condutividade térmica (J/s m<sup>2</sup>°C);

$L$  = comprimento, parede plana:  $L=L/2$  (m); e

$K_{\text{mad}}$  = condutividade térmica da madeira (J/s m°C).

### 2.4.2. Número de Fourier

O número de Fourier é uma medida da razão entre as taxas de condução de calor e a de retenção de calor em um elemento de volume. Por isto, quanto maior o número de Fourier, mais profunda é a penetração do calor em um sólido durante certo intervalo de tempo (INCROPERA et al., 2008). O número de Fourier pode ser determinado a partir da Equação 7.

$$F_o = \frac{t \cdot \alpha_{\text{mad}}}{L^2} \quad (7)$$

em que:

$F_o$  = Número de Fourier;

$t$  = tempo (s);

$\alpha_{\text{mad}}$  = difusividade térmica da madeira (m<sup>2</sup>/s); e

$L$  = espessura da peça de madeira (m).

## 2.5. COEFICIENTE CONVECTIVO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O coeficiente de transferência de calor ( $h$ ) varia com o tipo de fluxo (laminar ou turbulento), geometria do corpo e a área de escoamento, propriedades físicas do fluido, temperatura média, posição ao longo da superfície do corpo e do tipo de convecção (INCROPERA et al., 2008).

O coeficiente de transferência de calor é usado para definir as condições de contorno na superfície de secagem (PANG, 1997 citado por MELLADO, 2007), ao caracterizar a fronteira das equações de transferência de calor de um modelo de secagem de madeira. Nos problemas em que o regime é transiente, torna-se necessário determinar quais as condições iniciais e de contorno que caracterizam o problema (TREMBLAY et al., 2000 citados por MELLADO, 2007). Na Tabela 2 encontra-se os valores de coeficiente convectivos de transferência de calor obtidos por diferentes autores.

Tabela 2 – Coeficientes convectivos de transferência de calor ( $h$ ).

Autor	$h$ ( $W/m^2K$ )	Condição de Secagem
Thomas et al. (1980)	22,5	Tbs 110°C, Tbu 87°C
Liu e Cheng (1989)	22,5	Tbs 110°C
	22,5	Tbs 60°C
Irudayaraj et al. (1990)	22,5	Tbs 121°C
	0,5 a 61,4	Tbs 110°C, Tbu 87°C
Gui et al. (1994)	22,5	Tbs 115,6°C, Tbu 71,1°C
	15	Tbs 80°C, Tbu 68°C, Var 2m/s
Perré (1987)	23	Tbs 80°C, Tbu 68°C, Var 5m/s
Bennasrallah e Perré (1988)	23	Tbs 80°C, Tbu 68°C
	14	Tbs 50°C, Tbu 30°C
Perré e Maillet (1989)	14	Tbs 120°C, Tbu 80°C
Ferguson e Turner (1994)	20	Tbs 120-180°C, Tbu 80°C, Var 6m/s
	17	Tbs 90°C, Tbu 70°C, Var 3m/s
Stanish et al. (1986)	29	Tbs 125°C, Var 2m/s
Bonneu e Puiggali (1993)	33	Tbs 49°C, Tbu 38°C

Tbs = Temperatura de bulbo seco; Tbu = Temperatura de bulbo úmido; Var = Velocidade do ar

Fonte: Adaptado de Mellado (2007).

A determinação do coeficiente de transferência de calor é decisiva para a análise da distribuição da temperatura em um corpo que está exposto a convecção. Os efeitos convectivos provocados pelas correntes de ar afetam diretamente a velocidade do processo de secagem, por isto merecem atenção e estudo (FERNANDES; COSTA; THOMAS, 2006).

## 2.6. MODELAGEM DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA MADEIRA

A simulação numérica em mecânica dos fluidos e transferência de calor teve grande desenvolvimento nas últimas décadas, sendo uma ferramenta poderosa para solução de importantes problemas aplicados as engenharias. A relativa facilidade de aplicação de métodos numéricos e a grande disseminação da computação foram os responsáveis pelo avanço nessa área (MALISKA, 1995). Um modelo matemático poderá complementar o conhecimento sobre a secagem de madeiras, sendo necessário descrever as condições físicas no qual o modelo será embasado.

O MATrix LABoratory (MATLAB) é um ambiente de trabalho computacional que possui ferramentas avançadas de análise e visualização de dados, além de possuir características de linguagem de programação. O MATLAB possui diversas funções destinadas à resolução de sistemas de equações diferenciais ordinárias. O método padrão utilizado para resolução do sistema de equações diferenciais pelo comando *Ordinary Differential Equations* (ODE) é o Runge-Kutta (COSTA, 2004).

O Método de Diferenças Finitas tem por objetivo transformar um problema composto por equações diferenciais em um problema formado por equações algébricas. Assim, este método pode ser empregado para solucionar as equações de modelos a parâmetros concentrados ou distribuídos, sendo utilizado para resolver problemas de valor de contorno ou valor inicial (MALISKA, 1995).

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. DETERMINAÇÃO DE TEMPERATURAS PELO MODELO DE FOURIER

O modelo matemático que descreve o processo de transferência de calor na madeira foi desenvolvido a partir da Lei de Fourier, escrita em coordenadas cartesianas, unidimensional e sem geração de calor.

Considerou-se que uma tábua possui espessura igual a  $2L$ , para que a distância do centro da tábua até a superfície tenha valor igual a  $L$ , sendo aquecida por convecção a partir do ar a uma temperatura  $T_{ar}$  que escoa sobre a placa e com uma certa velocidade.

A equação de regime transiente para o fluxo de calor unidirecional embasado na Lei de Fourier, considerando o aquecimento de uma placa plana (tábua) pode ser expressa na forma diferencial (SIAU, 1984). Na Equação 8 é apresentada a Equação de Fourier.

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (8)$$

em que:

$x$  = distância do centro até a superfície das tábuas;

$\frac{\partial T}{\partial t}$  = derivada parcial da temperatura em relação ao tempo;

$\alpha$  = difusividade térmica da madeira ( $m^2/s$ ); e

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$  = derivada parcial de 2ª ordem da temperatura em relação a posição.

A condição inicial e as condições de contorno do problema são:

$$T(x, 0) = T_i \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (10)$$

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = h[T(L, t) - T_{amb}] \quad (11)$$

em que:

$T_i$  = temperatura inicial do centro da peça;

$k$  = condutividade térmica da madeira;

$L$  = distância do centro até a superfície das tábuas (m);

$h$  = coeficiente convectivo; e

$T_{amb}$  = temperatura ambiente.

### 3.2. SOLUÇÃO ANALÍTICA COM PROPRIEDADES CONSTANTES

O problema proposto de uma simulação numérica de aquecimento de uma peça de madeira com todas as propriedades e o coeficiente convectivo constantes possui solução analítica. Esta solução é obtida de maneira mais eficiente por meio da adimensionalização da temperatura e da espessura da peça e cálculo do número de Biot e Fourier (INCROPERA et al., 2008).

Na Equação 12 é apresentada a adimensionalização da temperatura.

$$\theta = \frac{T - T_{amb}}{T_i - T_{amb}} \quad (12)$$

em que:

$\theta$  = temperatura adimensional (-);

$T$  = temperatura na posição da peça;

$T_i$  = temperatura inicial do centro da peça; e

$T_{amb}$  = temperatura ambiente.

Na Equação 13 é apresenta a adimensionalização da espessura.

$$y = \frac{x}{L} \quad (13)$$

em que:

$y$  = espessura adimensional da direção transversal a partir do centro (-).

Na Equação 14 é apresentado o cálculo do número de Biot.

$$Bi = \frac{h.L}{k} \quad (14)$$

em que:

Bi = número de Biot (-).

Na Equação 15 é apresentado o cálculo do número de Fourier.

$$Fo = \frac{\alpha.t}{L^2} \quad (15)$$

em que:

Fo = número de Fourier (-).

Na Equação 16 é resolvida por uma série infinita, obtendo-se a temperatura adimensional em cada ponto na espessura e em diferentes instantes.

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} [C_n \cdot e^{-\lambda_n^2 \cdot Fo} \cdot \cos(\lambda_n \cdot y)] \quad (16)$$

Em que  $C_n$  pode ser obtido pela Equação 17.

$$C_n = \frac{4[\text{sen}(\lambda_n)]}{2\lambda_n + \text{sen}(2\lambda_n)} \quad (17)$$

Já  $\lambda_n$  pode ser obtido pela raiz positiva da Equação 18.

$$\lambda_n \cdot \tan(\lambda_n) = Bi \quad (18)$$

Assim, a temperatura pode ser obtida pela Equação 12 a partir da temperatura adimensional  $\theta$  (Equação 16).

### 3.3. SOLUÇÃO PELO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

Foi desenvolvido um algoritmo, com discretização da equação em relação ao espaço e determinação da condição inicial e as de contorno embasadas no método numérico de diferenças finitas (MALISKA, 1995). Após a discretização, o sistema de equações diferenciais resultantes foi integrado ao utilizar o método de Runge-Kutta. A Equação 8 forneceu a variação da temperatura com o tempo e com uma coordenada espacial.

A direção espacial ( $x$  variando de zero a  $L$ ) foi discretizada. Utilizou-se uma malha uniforme com  $n$  pontos internos, em que a temperatura no centro da peça de madeira dada por  $T_0$  e na superfície da madeira por  $T_{n+1}$ . Para cada um dos pontos internos foram utilizadas aproximações por diferenças finitas centrais de segunda ordem na determinação das derivadas pela Equação 19.

$$\left. \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right|_i = \frac{T_{i+1} + 2T_i - T_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (19)$$

em que:

$\Delta x$  = distância entre dois pontos de discretização ( $\Delta x = L/n$ ); e

$i$  = índice da discretização ( $i = 1$  a  $n$  para os pontos internos).

A temperatura no centro da peça de madeira,  $T_0$ , foi calculada pela discretização da condição de simetria, por diferenças finitas para frente de segunda ordem pela Equação 20.

$$T_0 = \frac{4T_1 - T_2}{3} \quad (20)$$

A temperatura na superfície do madeira,  $T_{n+1}$ , foi calculada pela discretização da condição de contorno, discretizada por diferenças finitas para trás de segunda ordem pela Equação 21.

$$T_{n+1} = \frac{\frac{2h\Delta x T_{amb}}{k} + 4T_n - T_{n-1}}{3 + \frac{2h\Delta x}{k}} \quad (21)$$

Com a substituição da Equação 19 na Equação 8 para cada um dos pontos internos, obteve-se um sistema de  $n$  equações diferenciais ordinárias na forma da Equação 22.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_i = \alpha \frac{T_{i+1} + 2T_i - T_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (22)$$

Para a solução numérica do problema, o sistema de equações diferenciais dado pela Equação 22 foi integrado pelo método de Runge-Kutta. O algoritmo foi alimentado no programa computacional MATLAB (licença para o grupo de pesquisa em Modelagem e Otimização de Processos, do Centro de Ciências Agrárias - Universidade Federal do Espírito Santo).

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. VALIDAÇÃO DO MODELO

Com os resultados obtidos, foi realizada a comparação entre os dados analíticos e os obtidos numericamente, sem ajuste do coeficiente convectivo ( $h$ ), ao empregar o  $h$  obtido na Tabela 2.

Para geração dos dados, foi utilizado  $h$  igual a  $14 \text{ J/s.m}^2\text{°C}$ , e para o cálculo da difusividade térmica na madeira de *Pinus* sp. foram empregados os valores de densidade aparente da madeira igual a  $500 \text{ kg.m}^{-3}$ , calor específico igual a  $2500 \text{ J/kg°C}$  e condutividade térmica igual a  $0,25 \text{ W/m°C}$  (MELLADO, 2007).

Na Figura 1 encontram-se as curvas de aquecimento entre  $20$  e  $80\text{°C}$  de uma tábua de madeira de  $4 \text{ cm}$  de espessura. Foi calculado a distribuição de temperaturas ao longo do tempo analiticamente e por simulação numérica, discretizando a espessura em  $9$  e  $39$  pontos internos, para as posições interna, a  $1/4$  da espessura e na superfície de tábuas de madeira.

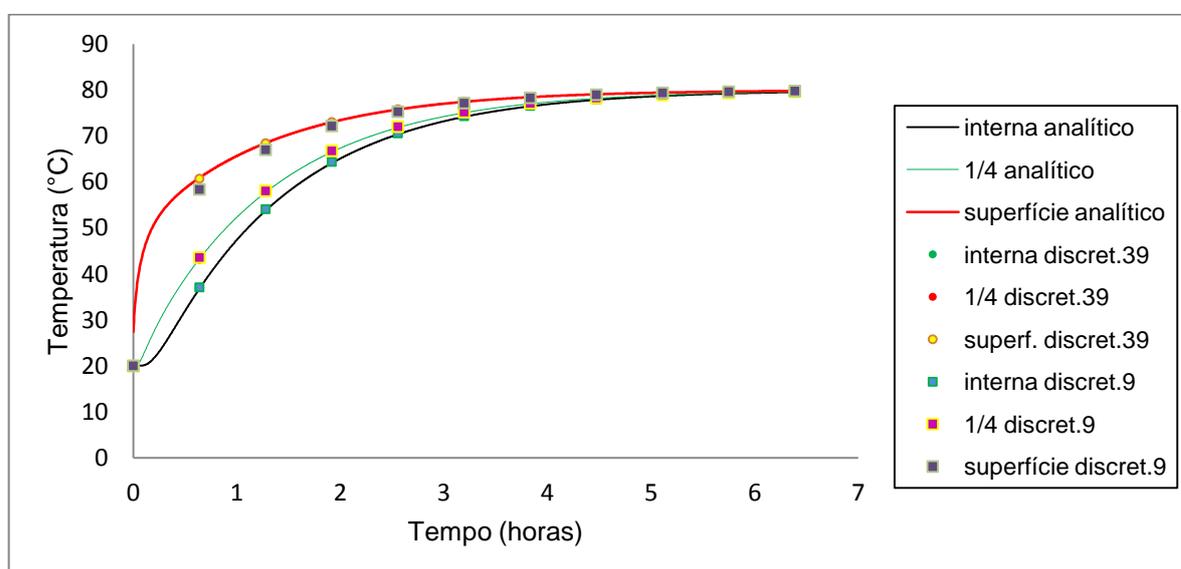


Figura 1 – Curvas de aquecimento de uma tábua calculadas analiticamente e por simulação para duas discretizações da espessura.

Observa-se na Figura 1 que o modelo simulado proposto coincide com a curva gerada analiticamente a medida que se aumenta o número de pontos na discretização da espessura.

## 4.2. SIMULAÇÃO DO AQUECIMENTO

Soluções analíticas para problemas transientes estão restritas a geometrias e condições de contorno simples. Fazendo uso das equações para cálculo dos coeficientes das propriedades térmicas e físicas apresentadas por Kollmann e Côté Junior (1968), o caso estudado passa a não possuir solução analítica, fazendo-se necessário o uso de métodos numéricos.

Inicialmente, buscou-se fazer uso dos mesmos dados empregados na curva de aquecimento entre 20 e 80°C calculado analiticamente. Utilizou-se  $h$  igual a 14 J/s.m<sup>2</sup>°C e discretizou-se a espessura 4 cm da tábua em 39 pontos internos e para o cálculo da difusividade térmica foi feito uso das equações para condutividade térmica, calor específico e densidade aparente (KOLLMANN; CÔTÉ JUNIOR, 1968).

Na Figura 2 encontra-se o comportamento simulado da temperatura em uma tábua de madeira de *Pinus* sp. calculado por simulação numérica na superfície, em 1/4 da espessura e no interior da peça. Foi simulado o aquecimento entre 20 e 80°C com base nos valores de coeficiente  $h$  igual a 14 J/s.m<sup>2</sup>°C, densidade aparente da madeira igual a 500 kg.m<sup>-3</sup> e teor de umidade da madeira igual a 31%.

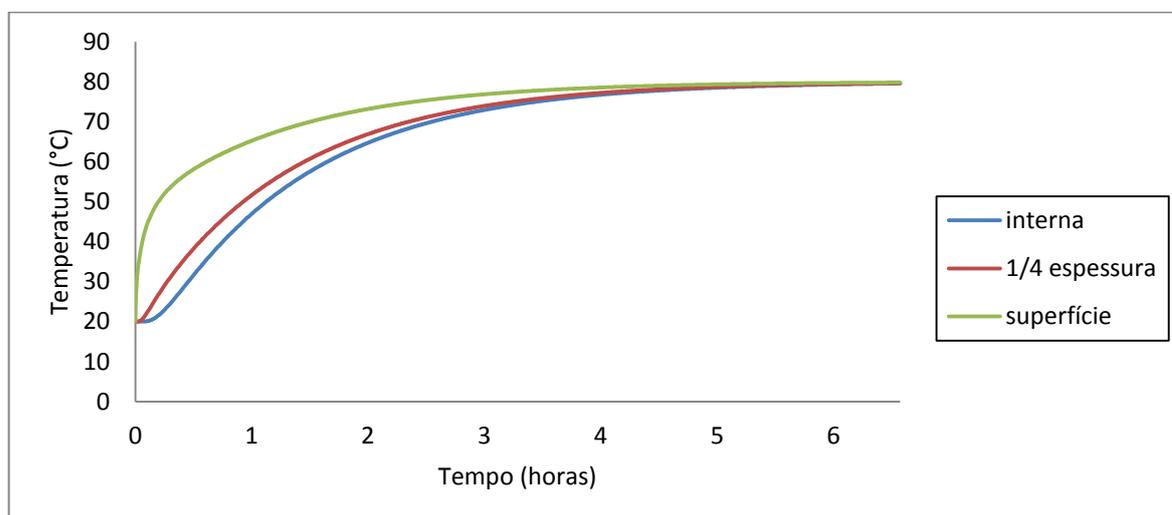


Figura 2 – Comportamento simulado da temperatura em uma tábua de madeira calculado por simulação numérica em três posições na espessura.

A superfície da madeira necessitou de 2 horas e 20 minutos para atingir 75°C, já o seu interior necessitou de 3 horas e 21 minutos para atingir a mesma temperatura.

Na Figura 3 encontra-se o perfil de temperatura do centro até a superfície de uma tábua em diferentes instantes do aquecimento fazendo uso dos valores de coeficiente  $h$  igual a  $14 \text{ J/s.m}^2\text{°C}$ , densidade aparente da madeira igual a  $500 \text{ kg.m}^{-3}$  e teor de umidade da madeira igual a 31%.

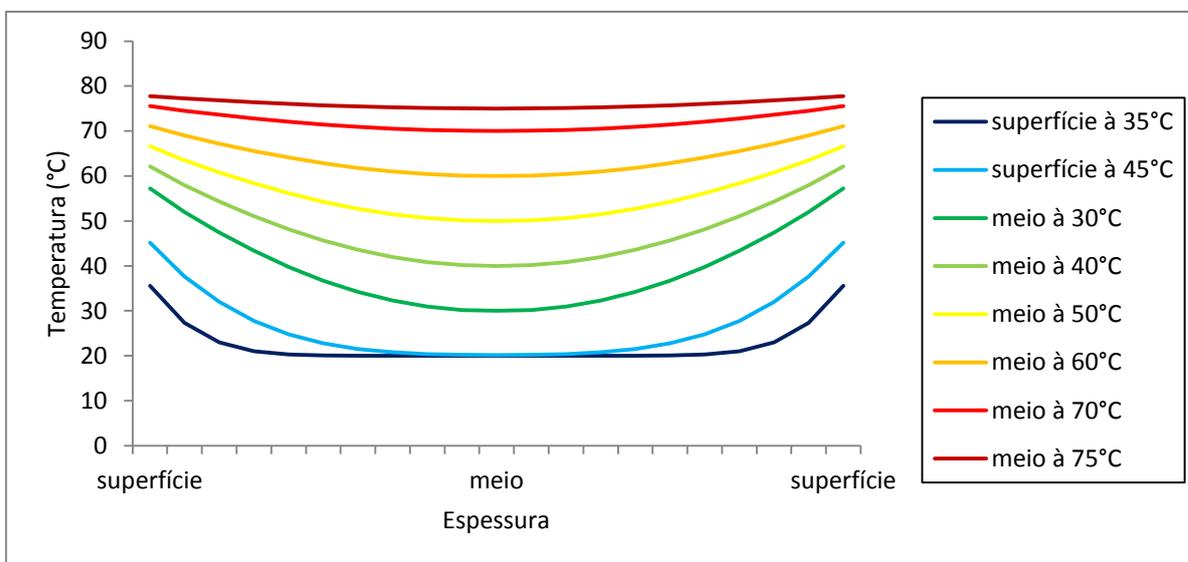


Figura 3 - Perfil de temperatura ao longo da espessura em diferentes instantes.

Foram calculados as temperaturas ao longo da espessura em diferentes instantes em que a superfície ou o meio das peças atingiam temperaturas relatadas na legenda. Obteve-se o tempo de 1 hora e 23 minutos para o interior atingir  $56\text{°C}$  e 3 horas e 21 minutos para que o interior de peça de madeira atinja  $75\text{°C}$ . Fernandes et al. (2006) obtiveram tempo de 35 minutos para peças de 2,5 cm de espessura, com 16% de umidade e de 5 horas e 30 minutos para a madeira de *Pinus* com 60% de umidade atingir  $56\text{°C}$ .

#### 4.3. COMPORTAMENTO COM A VARIAÇÃO DA ESPESSURA

Com base nos valores de coeficiente  $h$  igual a  $14 \text{ J/s.m}^2\text{°C}$ , densidade aparente da madeira igual a  $500 \text{ kg.m}^{-3}$  e teor de umidade da madeira igual a 31%, foi simulado o aquecimento entre  $20$  e  $80\text{°C}$  de tábuas de madeira de *Pinus* sp. com diferentes espessuras. Foi calculado a distribuição de temperaturas ao longo do tempo, discretizando a espessura em 39 pontos internos para as posições interna, nas diferentes espessuras das tábuas de madeira. Na Figura 4 encontra-se o

comportamento da temperatura no interior de peças de madeira de *Pinus* sp. com diferentes espessuras.

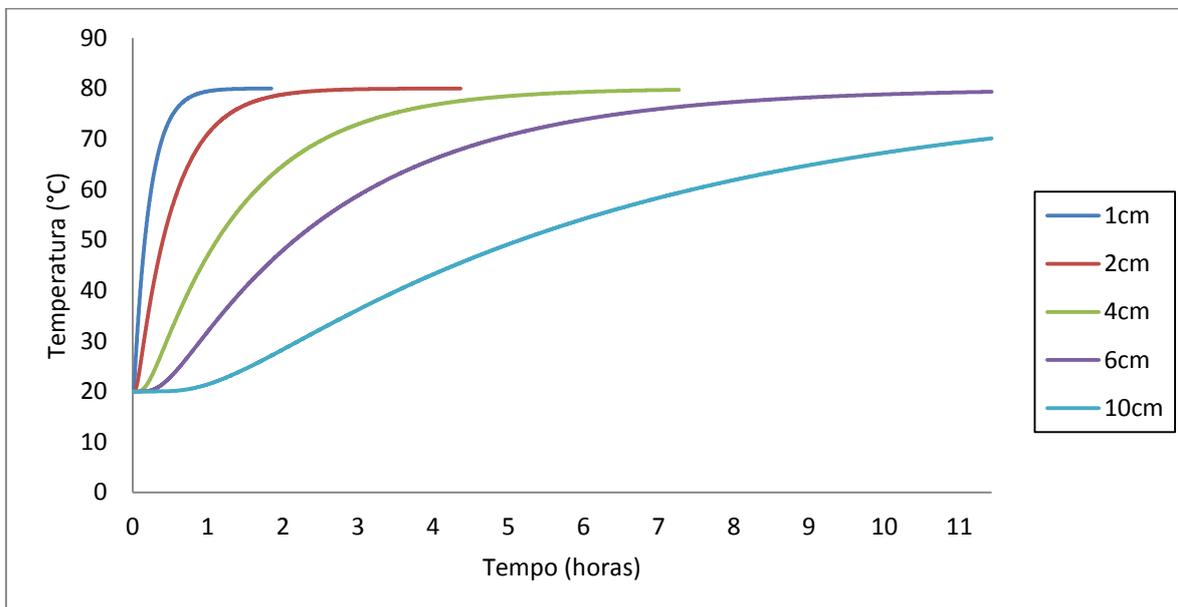


Figura 4 - Curva simulada do aquecimento no centro de tábuas com diferentes espessuras.

De acordo com os resultados numéricos obtidos, notou-se que quanto mais espessa a tábua de madeira, maior o tempo de aquecimento necessário. Obtiveram-se os tempos de aquecimento de 1 hora e 48 minutos, 4 horas e 12 minutos e 7 horas e 6 minutos, respectivamente para as tábuas de 1, 2 e 4 cm de espessura.

Galvão e Jankowsky (1985) afirmaram que a duração da fase de aquecimento é proporcional a espessura das tábuas em secagem. O aquecimento deve ser feito a razão de uma hora por centímetro de espessura das tábuas, no mínimo. Os tempos obtidos no estudo são superiores aos sugeridos pelos autores, porém os parâmetros em estudo influenciam nos resultados obtidos.

#### 4.4. COMPORTAMENTO COM A VARIAÇÃO DA UMIDADE

Fazendo uso de valores do coeficiente  $h$  igual a  $14 \text{ J/s.m}^2\text{°C}$ , densidade aparente da madeira igual a  $500 \text{ kg.m}^{-3}$  e espessura de 2 cm, foi simulado o aquecimento entre  $20$  e  $80\text{°C}$  de tábuas de madeira com diferentes teores de umidade. Foi calculado a distribuição de temperaturas ao longo do tempo, ao

discretizar a espessura em 39 pontos internos, nos diferentes teores de umidade das tábuas de madeira.

Na Figura 5 encontrou-se as curvas simuladas do aquecimento na metade de uma tábua de 2 cm de espessura em função do tempo, em quatro diferentes teores de umidade da madeira.

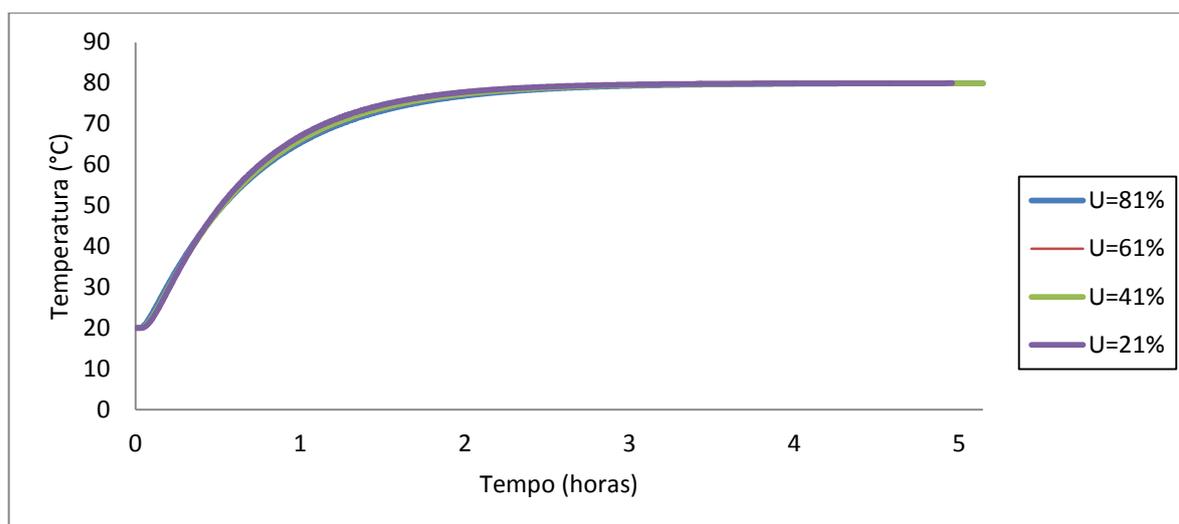


Figura 5 – Curva simulada do aquecimento no centro da espessura de tábuas de 2 cm, com diferentes teores de umidade.

De acordo com a Figura 5, obteve-se o comportamento da temperatura em um ponto central de peças de madeira em diferentes teores de umidade submetidas a uma temperatura de 80°C. Como pode-se observar, a temperatura no interior da madeira atinge a temperatura igual a do ambiente em cerca de 4 horas e 30 minutos. Fernandes et al. (2006) obtiveram tempo igual a 4 horas e 30 minutos para peças de 2,5 cm de espessura, com 16% de umidade e de 25 horas para madeira com 60% de umidade.

Notou-se que o modelo tende a demonstrar que quanto maior o teor de umidade das tábuas de madeira, maior será o tempo necessário para o aquecimento das peças, constatado que existe uma relação de dependência entre condutividade térmica, massa específica e calor específico. No emprego em equações sugeridas por Kollmann e Côté Junior (1968), não se verificou variação significativa no comportamento das curvas para diferentes teores de umidade. Esperava-se uma maior variação nos comportamentos das curvas à medida que se aumentou o teor de umidade das tábuas de madeira.

#### 4.5. COMPORTAMENTO COM A VARIAÇÃO DA DENSIDADE BÁSICA

Com base nos valores de coeficiente  $h$  igual a  $14 \text{ J/s.m}^2\text{°C}$ , teor de umidade da madeira igual a 31% e espessura da peça igual a 2 cm, foi simulado o aquecimento entre 20 e 80°C de tábuas de madeira com diferentes densidades básicas. Foi calculado a distribuição de temperaturas ao longo do tempo ao discretizar a espessura em 39 pontos internos, nas tábuas de diferentes densidades básicas.

Na Figura 6 encontram-se as curvas simuladas do aquecimento na metade de uma tábua de *Pinus* sp. de 2 cm de espessura em função do tempo para madeira com diferentes densidades básicas.

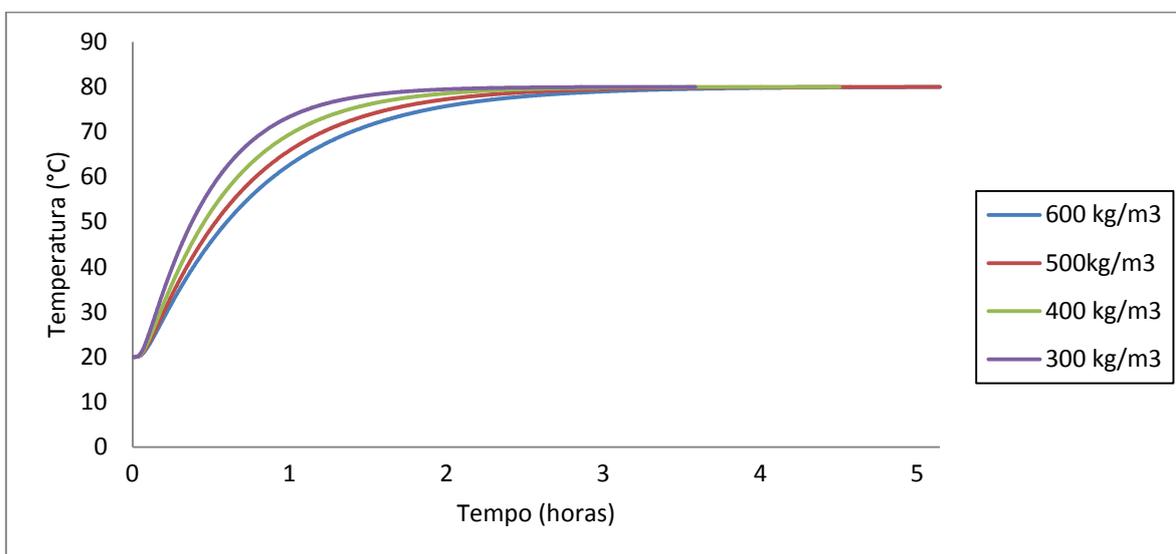


Figura 6 – Curvas simuladas do aquecimento no centro da espessura de tábuas de 2 cm, teor de umidade igual a 31% e diferentes densidades básicas.

A análise dos resultados obtidos indicou que quanto maior a densidade básica da madeira mais tempo será necessário para o aquecimento. Isto se deve a maior quantidade de matéria a ser aquecida. visto que existe uma relação de dependência entre condutividade térmica, massa específica e calor específico.

## 5. CONCLUSÕES

Validou-se o algoritmo embasado em um procedimento numérico para a simulação do aquecimento de tábuas de madeira.

O tempo de aquecimento cresce com o aumento da espessura das tábuas, teor de umidade e densidade básica da madeira.

É possível ampliar o estudo visando a redução de tempo e custos em processos de secagem de madeiras com auxílio da simulação numérica.

O ajuste das equações para cálculo dos coeficientes das propriedades térmicas e físicas podem ser realizadas em estudos futuros.

Estudos sobre o coeficiente convectivo devem ser realizados por envolver muitas variáveis em um único coeficiente.

## 6. REFERÊNCIAS

BATISTA, D.C. **Qualidade da secagem convencional conjunta da madeira de nove clones do gênero *Eucalyptus***. 2009. 105f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

COSTA, A.O.S. **MATLAB**, dicas iniciais de utilização. Ipatinga: Unileste, Laboratório de Modelagem de Processos, 2004, 39p.

FERNADES, L.P.; COSTA, V.J.; THOMAS, G.C. **Modelagem matemática da secagem de madeira em estufas – fase de aquecimento**. Curitiba: Associação Brasileira de Ciência dos Materiais, 2006. 12p.

GALVÃO, A.P.M.; JANKOWSKY, I.P. **Secagem racional da madeira**. São Paulo: Nobel, 1985, 111p.

INCROPERA, F.P. et al. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 645p.

KLITZKE, R.J. Secagem da madeira. In: OLIVEIRA, J. T. S.; FIEDLER, N. C.; NOGUEIRA, M. (Eds.). **Tecnologias aplicadas ao setor madeireiro**. Jerônimo Monteiro: Suprema Gráfica e Editora, p.271-341. 2007.

KOLLMANN, F.F.P.; CÔTÉ JUNIOR, W.A. **Principles of wood science and technology**. New York: Springer-Varlag, v.1. 1968. 592p.

MALISKA, C.R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. São Paulo: Editora LTC, 1995, 424p.

MELLADO, E.C.E.R. **Modelo de transferência de calor e massa na secagem de madeira serrada de *Pinus***. 2007. 155f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

PAOLIELLO, C. **Análise Biomecânica da Estrutura de Cadeira de Madeira**. 2001. 205f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2001.

SIAU, J.F. **Transport processes in wood**. New York: Springer-Verlag, 1984. 245p.

SIMPSON, W.T. **Dry kiln operator`s manual**. Madison: Forest Products Laboratory, 1991. 188p. (Agriculture Handbook).

SIMPSON, W.T.; TENWOLDE, A. Physical properties and moisture relation of wood. In: FOREST PRODUCTS LABORATORY **Wood Handbook**: wood as an engineering material. Washington: USDA, Forest Service Forest, Products Laboratory, 2010.