

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS E ENGENHARIAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS FLORESTAIS E DA MADEIRA

LETICIA DA PASCHOA MANHÃES

ANÁLISES DE MODELOS DE *TAPER* NA ESTIMAÇÃO DE
DIÂMETROS AO LONGO DO FUSTE E DO VOLUME DE ÁRVORES
DE *Eucalyptus* sp.

JERÔNIMO MONTEIRO
ESPÍRITO SANTO

2016

LETICIA DA PASCHOA MANHÃES

ANÁLISES DE MODELOS DE *TAPER* NA ESTIMAÇÃO DE
DIÂMETROS AO LONGO DO FUSTE E DO VOLUME DE ÁRVORES
DE *Eucalyptus* sp.

Monografia apresentada ao
Departamento de Ciências
Florestais e da Madeira da
Universidade Federal do Espírito
Santo, como requisito parcial para
obtenção do título de Engenheira
Florestal.

JERÔNIMO MONTEIRO

ESPÍRITO SANTO

2016

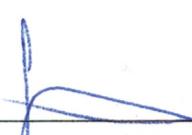
LETICIA DA PASCHOA MANHÃES

ANÁLISES DE MODELOS DE *TAPER* NA ESTIMAÇÃO DE
DIÂMETROS AO LONGO DO FUSTE E DO VOLUME DE ÁRVORES
DE *Eucalyptus* sp.

Monografia apresentada ao Departamento de Ciências Florestais e da Madeira da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheira Florestal.

Aprovada em 27 de Junho de 2016

COMISSÃO EXAMINADORA


Orientador: Gilson Fernandes da Silva
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira (UFES)


Co-orientador: Clayton Vieira Fraga Filho
Departamento de Computação (UFES)


Livia Thais Moreira de Figueiredo
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira (UFES)

Ao meu pai (*in memoriam*), mesmo estando presente por pouco tempo foi o meu maior exemplo.

“Nada é tão nosso como nossos sonhos.”

Friedrich Nietzsche

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida, por sua infinita bondade e misericórdia, por ser minha luz e meu amparo.

A minha mãe, Denize, pelo amor e cuidado, e aos meus irmãos, João Victor e Josiane, pela compreensão e por fazerem sentido à palavra família.

Ao meu orientador, professor Gilson Fernandes da Silva, por cada palavra de incentivo, pela paciência, por todo conhecimento compartilhado, e principalmente por acreditar em mim.

Ao meu co-orientador, Clayton Vieira Fraga Filho, principalmente pela paciência e disponibilidade em ajudar e por compartilhar comigo de seu amplo conhecimento.

À Lívia, por ter aceitado participar da banca examinadora e pelas contribuições ao trabalho.

Aos professores do DCFM, por toda contribuição profissional e pessoal nesta etapa de graduação, em especial à professora Sustanis.

Aos amigos encontrados durante a graduação, que serão levados comigo por onde quer que eu vá, em especial: Sabrina, pessoa diferente e calma, pelas conversas, confiança e conselhos. Mariane e Martha, companheiras “eafinas”, por serem alegres e especiais, e por morarem bem perto. Taís e Nathan, os gringos prediletos, obrigada por terem chegado no momento certo, pelo carinho e amizade.

Ao time de futsal feminino da Floresta, por cada jogo, cada sorriso, vitórias e derrotas.

Aos colegas da turma 2012/1 e demais, pelo companheirismo, conhecimentos compartilhados, e pela união.

Ao Kennedy Samy pelo companheirismo, compreensão nos momentos de ausência, pela paciência e principalmente pelo seu amor em todos os momentos.

Ao laboratório de manejo e mensuração florestal (LaMFlor) e ao núcleo de pesquisa científica e tecnológica em meio ambiente, silvicultura e ecologia (NUPEMASE), por me proporcionarem grande desenvolvimento acadêmico e pessoal.

A minha família, em especial meu avô Genário, aos primos, tios e tias, amigos e colegas, que de alguma forma incentivam e acreditam em mim.

A todos que contribuíram para que até aqui eu chegasse, mesmo que não tenha citado o nome, meu muito obrigada.

RESUMO

Os modelos de *taper* têm como principais aplicações a estimação do diâmetro em qualquer altura, da altura para qualquer diâmetro e do volume dos fustes das árvores em diversos limites de comercialização.. Mediante a necessidade de encontrar modelos com melhores estimativas para o volume dos fustes das árvores, o objetivo do presente estudo foi analisar a eficiência de funções de afilamento não segmentadas e de forma variável para estimativas de diâmetros ao longo do fuste e de volume total de árvores de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*. Foram utilizados para o estudo 1314 fustes do híbrido, sendo uma parte para o ajuste e outra para validação dos modelos. Foi realizada a cubagem, que consistiu em mensurar o diâmetro nas alturas relativas 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 e 100% da altura total (H) de cada árvore. Para avaliar a acurácia das estimativas de diâmetro e volume, foram testados 4 modelos de afilamento, sendo 3 não segmentados (*NS*) e 1 de forma variável (*FV*), ajustados segundo técnica de regressão não linear (*nls*) em função da variável diâmetro (*d*). Os volumes foram calculados utilizando a fórmula de Smalian. As avaliações da acurácia das estimativas de diâmetro e volume total foram feitas com as estatísticas $R^2(\%)$, $RMSE(\%)$ e análise gráfica de resíduos, e bias (V). Os resultados demonstram que a equação de *FV* (Kozak.04b) obteve melhores resultados no ajuste do que as *NS* para os diâmetros e os volumes. Para o volume total, o modelo de Schumacher e Hall foi ajustado para fins comparativos, e observou-se que as equações *NS* e de *FV* apresentaram resultados similares para as estimativas de volume total. A equação de *FV* de Kozak (2004b) foi a que apresentou melhores resultados, sendo a mais eficiente nas estimativas de diâmetro e volume no presente estudo.

Palavras chave: Modelos de afilamento, multiprodutos, *Eucalyptus*.

Sumário

LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	ix
1 Introdução	1
1.1 Objetivo	2
1.1.1 Objetivos específicos	2
2 Revisão de literatura	4
2.1 Forma do fuste da árvore	4
2.1.1 Fatores que afetam a forma do fuste da árvore	4
2.2 Funções de <i>Taper</i>	6
2.3 Funções de <i>taper</i> não segmentadas	7
2.4 Funções de <i>taper</i> segmentadas	9
2.5 Funções de <i>taper</i> de forma variável	10
2.6 Métodos de Ajuste	12
3 Material e Métodos	13
3.1 Área de estudo	13
3.2 Modelos de afilamentos testados	15
3.3 Modelos não segmentados	15
3.4 Modelo de forma variável	16
3.5 Metodologia de ajuste, validação e avaliação dos modelos	16
4 Resultados e Discussão	18
4.1 Ajuste e validação dos modelos não segmentados e de forma variável para o diâmetro	18
4.2 Avaliação das estimativas de diâmetro a partir das equações ajustadas para os dados de ajuste	20
4.3 Avaliação das estimativas de volume a partir das equações ajustadas para os dados de ajuste	22
4.4 Avaliação das estimativas de diâmetro a partir das equações ajustadas para os dados de validação	25
4.5 Avaliação das estimativas de volume a partir das equações ajustadas para os dados de validação	26
5 Conclusão	29
6 Referências	30

LISTA DE TABELAS

- TABELA 1 – Distribuição de frequência das árvores de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* por classes de diâmetro e altura para os dados de ajuste.....14
- TABELA 2 – Distribuição de frequência das árvores de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* por classes de diâmetro e altura para os dados de validação.....14
- TABELA 3 - Estatísticas descritivas do conjunto de dados para ajuste e validação de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*.....14
- TABELA 4 - Funções de afilamento não segmentadas.....15
- TABELA 5 – Função de afilamento de forma variável.....16
- TABELA 6 - Coeficientes obtidos no ajuste das equações NS e de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*.....19
- TABELA 7 – Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas dos diâmetros para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* a partir dos dados de ajuste.....20
- TABELA 8 - Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas dos volumes totais para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para dados do ajuste.....23
- Tabela 9 - Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas dos diâmetros para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para dados de validação.....25
- Tabela 10 - Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas do volume total para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para dados de validação.....27

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 1- Forma do fuste da árvore.....4
- FIGURA 2- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de ajuste.....21
- FIGURA 3- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro sem estratificação da equação de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de ajuste.....22
- FIGURA 4- Resíduos (%) das estimativas de volume total das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de dap (cm) para os dados de ajuste.....24
- FIGURA 5- Resíduos (%) das estimativas de volume total das equação de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de dap (cm) para os dados de ajuste.....24
- FIGURA 6- Resíduos (%) das estimativas de volume total das equação de Schumacher & Hall para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de dap (cm) para os dados de ajuste.....24
- FIGURA 7- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de validação.....26
- FIGURA 8- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro da equação de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de validação.....26
- FIGURA 9 - Resíduos (%) das estimativas de volume total das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de dap (cm) para dados de validação.....27

FIGURA 10- Resíduos (%) das estimativas de volume total da equação FV para Eucalyptus grandis x Eucalyptus urophylla em função de dap (cm) para dados de validação..... 28

FIGURA 11 - Resíduos (%) das estimativas de volume total da equação de Schumacher & Hall para Eucalyptus grandis x Eucalyptus urophylla em função de dap (cm) para dados de validação.....28

1 Introdução

No Brasil, as florestas plantadas apresentam uma importante participação no mercado econômico, apresentando como vantagem a disponibilidade de grandes áreas para o plantio e as condições de clima e solo. Em sua maioria, são representadas pelos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus*. Eles apresentam cerca de 7,04 milhões de hectares de florestas plantadas, sendo 77,7% da área de *Eucalyptus*, segundo a Associação Brasileira de Produtores de Florestas Plantadas (ABRAF, 2013), atendendo como fonte de matéria prima as indústrias de papel e celulose, serrarias e carvoarias, provocando uma diminuição na exploração das florestas nativas, contribuindo para a conservação das mesmas.

É de grande importância para a produção florestal, o processo de otimização nas fábricas, nas serrarias e carvoarias, associado às informações em relação ao estoque de crescimento e ao potencial de crescimento das florestas.

Para que a quantificação do estoque seja realizada de maneira acurada, são necessários frequentes estudos ligados ao volume da árvore, de forma individual ou do povoamento (MÔRA, 2015).

Com os diversos produtos florestais em uso no país (geração de energia de biomassa, produtos sólidos de madeira, chapas, geração de vapor) a utilização do fuste passou a ser maximizada, sendo uma das principais estratégias a produção de multiprodutos, aumentando o valor da produção (Souza et. al., 2008). Isso diminui o desperdício na transformação da madeira, fazendo com que cresça, cada vez mais, a importância da pesquisa e do desenvolvimento de técnicas de modelagem para as produções de *Eucalyptus* e *Pinus*.

Das várias técnicas utilizadas para a obtenção de estimativas volumétricas, uma das mais importantes são as funções de afilamento (*taper*), que procuram descrever o afilamento do fuste levando em conta variáveis como o diâmetro à altura do peito (DAP), altura total ou comercial, sendo uma importante ferramenta para gerar informações sobre o processo de crescimento florestal (MUHAIRWE, 1999).

As funções de afilamento têm como primordial aplicação a estimação do volume dos fustes das árvores em diversos limites de comercialização e obter com exatidão, nesses limites, os volumes dos variados tipos de produtos finais a serem explorados, como madeira serrada, para celulose, para a carvoaria, e outros (MÔRA, 2015).

Os modelos de afilamento não segmentados foram os primeiros a serem utilizados, e adotam uma única equação para descrever o perfil do tronco. Com o surgimento do computador e conseqüentemente dos *softwares* estatísticos, surgiram os modelos segmentados, que permitem dividir a árvore em três ou mais segmentos, com o auxílio dos pontos de inflexão (MÔRA, 2015).

Das funções de afilamento, os modelos não segmentados são os menos flexíveis, sendo elaborados com o conceito de que a forma do fuste corresponde a um único sólido, podendo causar problemas em estimativas próximas à base e no ápice do fuste. Já os modelos segmentados corrigem de certa forma, o efeito da base e do ápice, contudo apresentam a desvantagem de terem auxílio de restrições (pontos de inflexão) no ajuste dos modelos. De forma a melhorar as funções de afilamento segmentadas, Kozak (1988) introduziu a ideia dos modelos de afilamento de forma variável, que utilizam modelos de regressão não segmentados que de forma implícita dividem a árvore em três segmentos, sem necessidade do auxílio de pontos de inflexão.

Tendo em vista que, forma do fuste de uma árvore dificilmente será única, variando ao longo da altura, a busca por funções de afilamento que conseguem captar essas variações, levam a resultados mais bem sucedidos.

1.1 Objetivo

O objetivo do presente trabalho foi comparar modelos não segmentados com o modelo de forma variável, analisando, em termos de acurácia, qual das duas alternativas de modelagem apresenta melhor desempenho para estimar as variações de diâmetro ao longo do fuste da árvore e o volume total.

1.1.1 Objetivos específicos

- Avaliar a acurácia dos três modelos não segmentados para estimar as variações de diâmetro ao longo do fuste e volume total.
- Avaliar a acurácia de um modelo de forma variável para estimar as variações de diâmetro ao longo do fuste e volume total.

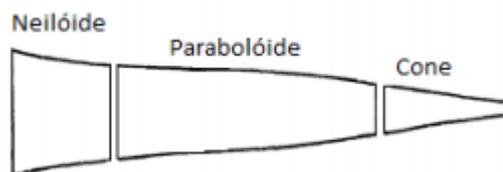
2 Revisão de literatura

2.1 Forma do fuste da árvore

A forma e o afilamento do fuste de árvores são importantes temas de estudos na pesquisa florestal. Apesar dos dois termos serem usados alternadamente, a forma refere-se à forma geométrica do fuste (neiloide, parabolóide e cone), ao passo que o afilamento refere-se à taxa de diminuição do diâmetro com o aumento da altura no tronco (NEWNHAM, 1992).

Os fustes das árvores possuem formas bastantes variáveis, modificando-se de indivíduo para indivíduo, dependendo das condições de sítio, espaçamento, posição sociológica em que a árvore se desenvolve e tratos silviculturais e idade, não apresentando assim uma forma única, mas diversas formas geométricas (Figura 1) (KOHLE, 2013; FINGER et. al., 1995).

FIGURA 1 - Forma do fuste da árvore



2.1.1 Fatores que afetam a forma do fuste da árvore

Os fustes das árvores apresentam formas bastante variáveis, que podem modificar-se conforme a espécie e até mesmo dentro da mesma espécie.

Dentre os diversos fatores que podem afetar a forma do fuste, podem ser citados:

- *condições de sítio e espaçamento*: A forma do tronco de árvores livres de competição é diferente das árvores que sofrem com competição. As árvores que crescem livre de competição possuem copas vigorosas e o tronco apresenta proporções cônicas, e as que crescem em povoamentos apresentam o fuste menos afilado (LARSON, 1963; HÄRDTL, 1938).

A densidade do povoamento influencia significativamente a forma do fuste. Espera-se que as árvores plantadas em espaçamentos maiores apresentem fustes mais cônicos, quando comparados às árvores em espaçamentos mais adensados (BALDWIN et al., 2000).

- *desenvolvimento da copa*: Espaçamentos mais amplos resultam em copas maiores e mais vigorosas. Essas copas exercem influência sobre os padrões de crescimento das árvores, e conseqüentemente na forma do fuste (MÔRA, 2015).

- *posição sociológica*: O afilamento das árvores dominadas é menor que o das árvores dominantes. Normalmente, as árvores jovens têm copas longas e um forte afilamento do fuste que é típico de árvores que crescem livres (MÔRA, 2015).

- *idade*: Com o aumento da idade, há uma tendência natural do fuste das árvores se tornarem mais cilíndricos (KOHLENER, 2013). Nas idades mais novas, a mudança da forma é bastante rápida, enquanto que nas idades avançadas a forma muda superficialmente, melhorando a forma do fuste com o aumento da idade (FRIEDL, 1989).

O decréscimo no afilamento do tronco com a idade é primeiramente um efeito aditivo do crescimento contínuo em altura, uma vez que as árvores com crescimento livre tendem a sobrelevar a influência da idade, mantendo seu elevado afilamento do tronco até mais tarde, deixando suas copas vigorosas (KOHLENER, 2013).

- *Poda ou desrama*: Comparada ao desbaste, a poda apresenta uma relação diferente na forma do fuste da árvore.

Segundo Kosloski (1971) citado por Kohler (2013), a poda impede o crescimento na base do fuste, e faz com que ocorra um aumento do xilema na parte acima do local onde foi feita a poda, tendendo a diminuir a conicidade do fuste, mas

seu efeito depende da severidade e da época em que é realizada a poda, e também das características da copa.

- *Desbastes*: Com a realização do desbaste, a competição entre as árvores no interior do plantio diminui, favorecendo o crescimento em diâmetro, colaborando para o aumento do afilamento do fuste, dependendo da intensidade do desbaste.

- *Sítio*: Segundo Figueiredo Filho (1991) normalmente em sítios de baixa capacidade produtiva, as árvores apresentam maior conicidade ou formas indesejáveis, resultado do crescimento em altura para árvores de mesmo diâmetro ser menor.

2.2 Funções de *Taper*

A busca por produtos florestais é crescente, ao passo que as áreas para a produção vêm diminuindo. Com isso, surge a necessidade de aumentar a utilização do fuste das árvores com alterações nos padrões comerciais (MÔRA, 2015). Nesse sentido, As funções de *taper* ou de afilamento têm sido um dos temas de estudo mais importantes em mensuração e manejo florestal (FANG et al., 1999).

Os modelos de afilamento são relações funcionais que permitem descrever o perfil longitudinal de um fuste, quando se deseja conhecer seu sortimento (MÔRA, 2011). A gama de informações que os modelos proporcionam, tem levado ao desenvolvimento de diversas técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais (SOUZA, 2007).

De acordo com Campos & Leite (2009), o termo *taper* (afilamento do fuste) refere-se ao decréscimo do diâmetro ao longo do fuste. Estudos de modelos de *taper* baseiam-se em equações que permitem estimar o diâmetro em qualquer altura ao longo do fuste, a partir das variáveis, DAP (diâmetro à altura do peito) e altura total.

Inúmeros são os modelos de *taper* usados atualmente, sendo que o desempenho dos mesmos é em função das características da população na qual se pretende empregá-los e das pressuposições básicas para qual foi desenvolvido o modelo (SOUZA, 2007).

A primeira tentativa de análise para representar a forma das árvores, foi feita por Hojer em 1903, de acordo com Figueiredo Filho et al. (1996). A partir de então, diversas formas e tipos de modelos de perfil de fuste foram testados.

Inicialmente, os modelos testados eram relativamente mais simples, porém, com a chegada dos computadores, modelos mais complexos foram utilizados para originar funções de *taper*, de maneira que estimativas mais realistas pudessem ser geradas (Figueiredo Filho et al., 1996).

Segundo estes autores, por volta da década de 1970, pesquisadores estavam tentando expressar todo o perfil do fuste da árvore por meio de uma única equação. Bons modelos foram desenvolvidos, porém muitas das vezes eles não descreviam o perfil do fuste inteiro. Eles descreviam bem o perfil entre a base e o topo da árvore, mas eram inadequados para descrever a área próxima a base do fuste. Os primeiros a aplicarem os modelos de regressão segmentada para a modelagem do fuste foram Max e Burkhart (1976), dividindo o fuste em três seções representadas por três submodelos separados, que eram unidos para produzir uma função *taper* polinomial.

Segundo Prodan (1997), os modelos de *taper* são importantes ferramentas estatísticas de uso atual para a estimação dos perfis dos fustes, uma vez que permitem aos usuários estimar três características básicas das árvores (diâmetro em qualquer ponto do fuste; altura total ou altura a um determinado diâmetro; e o volume entre quaisquer pontos do fuste).

2.3 Funções de *taper* não segmentadas

Os modelos não segmentados conseguem associar a eficiência a uma certa simplicidade de aplicação, quando comparados aos modelos segmentados. Esses modelos se caracterizam pela relação entre vários diâmetros tomados ao longo do fuste com suas respectivas alturas, levando-se em conta também o DAP e altura total das árvores. Entretanto, diversos autores afirmam que esses modelos não explicam com especificidade as deformações na base do fuste das árvores (SOUZA, 2007).

Em seus estudos, Hradetzky (1976) destacou que uma boa representação do fuste por meio de polinômios exige uma combinação apropriada de potências e que as mesmas sejam submetidas ao processo de seleção “passo a passo” (*stepwise*), sendo que essas potências variam de 0,005 a 25.

Como algumas funções de *taper* eram inadequadas para descrever a região perto da base do tronco, polinômios de grau mais elevado foram utilizados para caracterizar corretamente a base (ROJO et al., 2005).

Rios (1997), testando o desempenho de modelos polinomiais de razões de volume e de funções *spline* cúbica na estimativa de volumes comerciais, averiguou que os modelos polinomiais proporcionaram estimativas mais acuradas na descrição dos perfis das árvores, sendo que o Polinômio de Quinto Grau foi superior ao Polinômio de Potências Fracionárias.

Testando a acurácia de modelos que melhor descrevem o perfil arbóreo, Assis (1998) aferiu que a equação de *taper* de potências fracionárias é mais estável na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, tanto para um ajuste por classe diamétrica quanto para um ajuste de um conjunto de árvores cubadas no estrato.

Em seu trabalho, Lima (1986) analisou a eficiência dos modelos propostos por Biging (1984); Demaerschalk (1973); Kozak et al. (1969) e Ormerod (1973) em árvores de *Pinus elliottii*. Estes foram avaliados quanto à estimativa de volumes totais e comerciais e de diâmetros e alturas comerciais. O autor constatou que o modelo que se apresentou mais preciso na estimativa do volume total foi o de Kozak et al., e o menos preciso o de Ormerod. Já o modelo de Demaerschalk mostrou-se satisfatório para estimar todas as variáveis, exceto o volume total, que teve o modelo de Biging como o mais adequado.

Em outro estudo, Chichorro (2000), optou pelo modelo de Demaerschalk (1972), que foi superior aos demais de acordo com as estatísticas de validação.

Testando modelos não segmentados, Mendonça (2006) averiguou que os modelos apresentaram tendências nas estimativas das variáveis analisadas, sendo que o modelo de Ormerod (1973) foi o mais preciso para estimar o volume comercial e o modelo de Schoepfer (1966) para estimar a altura comercial.

Os mais antigos modelos e a maioria das funções de afilamento desenvolvidas até hoje pertencem à categoria de modelos de afilamento não segmentados. No entanto, as previsões insatisfatórias algumas vezes geradas por esses modelos têm mantido muitos pesquisadores da área à procura de outros modelos para melhorar a previsão das variáveis (MÔRA, 2015). Isto levou ao desenvolvimento de modelos mais complexos, tais como os segmentados e os de forma variável (MUHAIRWE, 1993), e a utilização de outras técnicas de ajuste, além do MMQO.

2.4 Funções de *taper* segmentadas

A forma do fuste da árvore muda, de maneira contínua, de uma forma geométrica para outra, como observado por Kozak (1988) e Newnham (1988).

O principal contratempo típico dos modelos não segmentados, é o significativo viés encontrado nas estimativas de diâmetros próximo à base da árvore, bem como em outras partes da árvore. Porém, apresenta como vantagens a facilidade de ajuste, a fácil integração para o cálculo de volume e a facilidade de reorganizar o modelo para o cálculo da altura comercial (Kozak 1988 citado por Môra 2015).

De acordo com Bi (2000), os pontos fracos compartilhados por diversas funções *taper* são: (1) a existência de um elevado grau de viés na estimativa do diâmetro sobre algumas porções do fuste, em particular a parte inferior (base) e a superior (ápice), apesar do desvio total ser baixo, e (2) a incapacidade de levar em conta as diferenças na forma do fuste entre árvores.

Com a introdução dos computadores na pesquisa florestal e o aumento da disponibilidade de *softwares* adequados, simultaneamente com a falta de curvas de afilamento simples para traçar os diversos pontos de inflexão ao longo do fuste ou grandes erros nos ajustes da base ou ápice do fuste ou ambos, acarretou a criação de funções de *taper* mais complexas, denominadas segmentadas (MUHAIRWE, 1993).

MAX e BURKHART (1976) propuseram uma alternativa de modelo de afilamento segmentado, com o intuito de melhorar o desempenho dos modelos não segmentados, principalmente no que diz respeito à presença de viés nas estimativas produzidas. Modelos segmentados usam diferentes sub-funções para várias partes do fuste que se juntam nos pontos de inflexão.

Os modelos de *taper* segmentados utilizam equações separadas para descrever os segmentos do fuste (MAX e BURKHART, 1976; CAO et al., 1980; BYRNE e REED, 1986). Na maior parte dos casos, os parâmetros são difíceis de serem estimados, e esses modelos nem sempre permitem prever a altura de um dado diâmetro (KOZAK, 1988; PEREZ et al., 1990).

Na abordagem por meio de funções segmentadas, os submodelos são unidos de tal maneira que as derivadas de primeira ordem sejam iguais no ponto de interseção dos segmentos, sendo essa abordagem utilizada com sucesso por alguns autores (Ormerod, 1973; Max e Burkhart, 1976; Demaerschalk e Kozak, 1977 e Brink e von Gadow, 1986 citado por Môra, 2015).

Kozak (1988) concluiu que a vantagem dessa abordagem é que os diâmetros, na maioria das partes do fuste, são estimados com menor viés do que pelas funções não segmentadas, porém nas maiorias dos casos, os parâmetros são difíceis de serem estimados e as fórmulas para o cálculo de volume e altura comercial são difíceis de serem obtidas ou são inexistentes.

2.5 Funções de *taper* de forma variável

O modelo de *taper* de forma variável consiste em um modelo único para descrever o afilamento das árvores, assim como os não segmentados, porém, ele descreve o afilamento do fuste como uma função contínua, utilizando um expoente que varia para compensar as mudanças na forma do fuste nos diferentes segmentos da árvore (MÔRA, 2015).

As primeiras funções desse grupo foram baseadas nas funções de Forsslund (1982), Reed e Byrne (1985) usando a função simples não segmentada de Ormerod (1973) e derivadas. As funções geradas eram simples e variáveis. Newnham (1988)

e Kozak (1988) estenderam o uso dessas funções nos modelos de forma variável, possibilitando que o expoente da função de potência também fosse uma função própria de potência, criando, assim, uma forma contínua no tronco.

Essa abordagem usada por esses autores utiliza uma única função contínua como uma base e um expoente, que corresponde a função de potência, que muda ao longo do fuste para descrever a mudança contínua na forma do solo até o ápice. O expoente também pode ser especificado para mudar com diâmetro à altura do peito e a altura das árvores para estabelecer as diferenças de forma entre árvores (MÔRA, 2015).

Esta abordagem apresenta menor grau de viés e maior acurácia nas previsões de afilamento (NEWNHAM, 1988, 1992; KOZAK, 1988; PEREZ et al., 1990; MUHAIRWE, 1999), quando comparadas a outras abordagens, tais como o sistema de Demaerschalk e Kozak (1977) e a função polinomial segmentada de Max e Burkhart (1976).

As funções de forma variável baseiam sua abordagem na suposição de que a forma do fuste varia continuamente ao longo do comprimento de uma árvore (LEE et al., 2003).

Newnham (1988) analisou que:

$$Y^k = gX$$

em que Y é o diâmetro do sólido na altura X (medidos em unidades comuns) e g é uma constante que depende das unidades utilizadas para Y e X. O valor k varia de acordo com a forma dos sólidos, sendo 1 para cone, 2 para parabolóide quadrático, e 2/3 para neiloide, assumindo que ao invés de ter um valor fixo no interior de cada seção do fuste, k iria variar continuamente com a altura.

Semelhante estudo foi realizado por Kozak (1988), porém usando a relação:

$$Y = gX^c$$

em que c é, na realidade, 1/k.

Em uma tentativa de descrever que a variação do fuste é causada por variações no comprimento relativo da copa, os modelos de Newnham (1988) e de

Kozak (1988) incluem a razão D/H (em que D é o DAP e H a altura total) em suas funções. D/H está intimamente correlacionado com a relação da copa e incluindo-a de alguma forma nas regressões para estimar k, Newnham (1988) descobriu que o coeficiente de correlação múltipla, R^2 , poderia ser aumentado em até 10%.

2.6 Métodos de Ajuste

No Brasil, os estudos de forma de tronco estão baseados em funções que levam em consideração a relação d_i / dap ou $(d_i / dap)^2$, para estimar o diâmetro em qualquer altura como em Scolforo et al. (1998), Chichorro et al. (2003), Fischer et al. (2001), Mendonça et al. (2007) e Souza et al. (2008). Essas equações podem ser ajustadas entre as formas lineares (relação d_i / dap) ou formas não lineares em função da variável dependente d_i .

O mesmo ocorre quando se quer estimar a altura, isolando h_i na equação de diâmetro ou invertendo os valores de d_i e dap com h_i e h na equação original, como utilizado por Schneider et al. (1996), Drescher et al. (1999).

As equações estimadas para a relação (d_i / dap) ou $(d_i / dap)^2$ podem gerar resultados diferenciados para as variáveis altura e diâmetro, quando estas são ajustadas como variáveis dependentes isoladas em suas funções (MÔRA et al., 2014).

De acordo com Campos e Leite (2009), o melhor modelo ajustado depende dos objetivos determinados para estudo, pois enquanto um modelo tem melhores resultados para estimar a variável diâmetro, ele pode não ser o melhor para estimar as variáveis altura e volume.

3 Material e Métodos

3.1 Área de estudo

O estudo foi realizado com dados de plantios florestais de clones híbridos *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*, provenientes de uma empresa florestal privada do norte do Espírito Santo, com espaçamentos variando em 3,00 x 3,00 metros, 3,00 x 2,00 metros, 3,00 x 2,50 metros, 3,50 x 2,50 metros, 3,50 x 2,60 metros e 4,50 x 2,00 metros, e com idades variando de 1,8 a 7,3 anos.

A cubagem foi realizada medindo os diâmetros com casca nas alturas (h) relativas 0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95 e 100% da altura total (H) de cada árvore.

Para cada árvore, mediu-se o diâmetro (d) nas várias alturas (h), o diâmetro a 1,30 m do solo (DAP) e a altura total (H). A obtenção do volume total para todos os modelos, tanto para os volumes observados quanto os estimados, se deu pelo somatório dos volumes parciais de todas as seções utilizando-se a fórmula de Smalian, que pode ser explicado pelas seguintes fórmulas:

$$g_i = \frac{\pi DAP^2}{40000} \quad v_j = \frac{(g_i + g_{i+1})}{2} L_j \quad vt = \sum_{j=1}^n v_j$$

em que: g_i = área seccional de cada extremidade (m^2) da seção ; v_j = volume da j -ésima seção, sendo o índice i relativo às áreas seccionais extremas do seção; L_j = o comprimento da j -ésima seção e vt = volume total.

Neste estudo, foram utilizados dados amostrais de 1314 árvores de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*.

Com o objetivo de se obter mais garantias a respeito da qualidade dos modelos avaliados, foi feita uma validação dos modelos, em que o conjunto total de dados foi separado pelo método de validação de *holdout*, que divide o conjunto de dados em aproximadamente 2/3 para o ajuste (TABELA 1) e 1/3 para validação (TABELA 2). A seleção das árvores para o ajuste e validação ocorreu de forma aleatória.

TABELA 1 – Distribuição de frequência das árvores de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* por classes de diâmetro e altura para os dados de ajuste

Classes de Altura (m)	Classes de diâmetro (cm)					Total
	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	
5-10	7	3				10
10-15	99	47	3			149
15-20	66	197	66	5		334
20-25		105	150	28		283
25-30		12	68	33	2	115
30-35			8	19	2	29
Total	172	364	295	85	4	920

TABELA 2 – Distribuição de frequência das árvores de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* por classes de diâmetro e altura para os dados de validação

Classes de Altura (m)	Classes de diâmetro (cm)					Total
	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	
5-10		3				3
10-15	41	24	3			68
15-20	29	92	29			150
20-25		43	60	8		111
25-30		5	25	18	1	49
30-35			5	7	1	13
Total	70	167	122	33	2	394

O número de árvores, bem como as estatísticas descritivas das variáveis DAP e H para o eucalipto, para ambos os conjuntos, de ajuste e validação, estão na Tabela 3.

TABELA 3 - Estatísticas descritivas do conjunto de dados para ajuste e validação de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*

Estatísticas	<i>Eucalyptus grandis</i> x <i>Eucalyptus urophylla</i>			
	Ajuste		Validação	
	DAP (cm)	HT (m)	DAP (cm)	HT (m)
N	920		394	
\bar{X}	14,16	19,76	14,14	19,71
s	4,19	4,92	4,07	4,93
Mínimo	7,00	7,90	7,00	9,30
Máximo	26,00	33,30	27,00	33,90
HT/DAP	1,39		1,41	

N = número de árvores; \bar{X} = média; s = desvio padrão; Mínimo = valor mínimo; Máximo = valor máximo; HT/DAP = Relação HT/DAP médio.

3.2 Modelos de afilamentos testados

Na composição do estudo, foram utilizados modelos de afilamento não segmentados (NS) e de forma variável (FV).

Para as expressões matemáticas correspondentes a cada uma das funções de afilamento foram usadas as seguintes notações: D_j = diâmetro à altura do peito com casca (cm) medido em cada árvore j ; H_j = altura total (m) em cada árvore j ; h_{ij} = altura (m) da base do fuste até o ponto onde se alcança o diâmetro d_{ij} em cada árvore j ; d_{ij} = diâmetro (cm) com casca a uma altura h_{ij} em cada árvore j ; $T_{ij} = h_{ij}/H_j$; β_i = parâmetros médios a serem estimados no ajuste do conjunto de dados; ε_{ij} = erro aleatório; e $p = (h_k/H_j)$, em que h_k é a altura no fuste correspondente ao ponto de inflexão onde a curva muda a forma de neiloide para parabolóide (NEWNHAM, 1992).

3.3 Modelos não segmentados

Os modelos não segmentados analisados no estudo estão apresentados na Tabela 4, separados por autor, ano da publicação, nome que foi utilizado no estudo e sua expressão. Os modelos não segmentados foram: Kozak et al. (1969c), Demaerschalk (1972) e Ormerod (1973).

O ajuste de todos os modelos foi realizado isolando a variável diâmetro (d_{ij}).

TABELA 4 - Funções de afilamento não segmentadas

Funções não segmentadas	
Demaerschalk (1972)– Demaerschalk.72	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = 10^{2\beta_0} D_j^{2\beta_1-2} (H_j - h_{ij})^{2\beta_2} H_j^{2\beta_3} + \varepsilon_{ij}$
Kozak et al. (c) (1969) – Kozak.69.c	$\left(\frac{d_{ij}}{D_j}\right)^2 = \beta_0 + \beta_1 T_{ij} + \beta_2 T_{ij}^2 + \varepsilon_{ij}$
Ormerod (1973) – Ormerod	$\frac{d_{ij}}{D_j} = \left(\frac{H_j - h_{ij}}{H_j - 1,3}\right)^{\beta_1} + \varepsilon_{ij}$

3.4 Modelo de forma variável

Em contrapartida aos modelos não segmentados, o modelo de forma variável analisado no estudo foi o de Kozak (2004b), apresentados na Tabela 5, separado por autor, ano da publicação, nome que foi utilizado no estudo e sua expressão. O modelo de forma variável utiliza como variáveis independentes para o ajuste d_{ij} , h_{ij} , D_j e H_j e suas variações simples como $(d_{ij}/D_j$ e $h_{ij}/H_j)$.

TABELA 5 – Função de afilamento de forma variável

Função de forma variável	
Kozak (b) (2004) – Kozak.04.b	$d_{ij} = \beta_0 D_j^{\beta_1} H_j^{\beta_2} \left(\frac{1-T_{ij}^{\frac{1}{3}}}{1-p^{\frac{1}{3}}} \right) \left[\beta_3 T_{ij}^4 + \beta_4 (1/e^{D_j/H_j}) + \beta_5 \left(\frac{1-T_{ij}^{\frac{1}{3}}}{1-p^{\frac{1}{3}}} \right)^{0,1} + \beta_6 (1/D_j) + \beta_7 H_j^{1-T^{\frac{1}{3}}} + \beta_8 \left(\frac{1-T_{ij}^{\frac{1}{3}}}{1-p^{\frac{1}{3}}} \right) \right] + \varepsilon_{ij}$

Para fins comparativos do volume total, realizou-se o ajuste do modelo de Schumacher e Hall, apresentado abaixo, tanto para os dados de ajuste quanto para os dados de validação.

$$V = \beta_0 D_j^{\beta_1} H_j^{\beta_2} + \varepsilon$$

3.5 Metodologia de ajuste, validação e avaliação dos modelos

Utilizou-se o *software* R para realização dos ajustes, por meio da técnica de ajuste não linear (*nls*) por processo iterativo, utilizando a função *nlsLM* implementada na base do próprio *software* por meio do algoritmo de Gauss-Newton. As funções não segmentadas de Demaerschalk (1972) e Ormerod (1973) foram inicialmente ajustadas utilizando o valor 0,1 como sendo o inicial de cada

coeficiente. As demais funções (Kozak et al., 1969; Kozak, 2004 (b)), foram ajustadas inicialmente com coeficientes previamente ajustados por Môra, 2015. Os modelos ajustados foram utilizados para estimar o diâmetro e o volume total.

Os modelos foram ajustados em função da variável dependente d , por apresentarem estimativas mais acuradas dos que utilizam o modelo ajustado em sua forma original (d/DAP ou $(d/DAP)^2$), como observado por Môra et al. (2014).

A avaliação da acurácia dos modelos deu-se por meio de análise gráfica de resíduos (Resíduos (%)) para verificação de possíveis erros sistemáticos, pelo erro médio quadrático RMSE (%) e pelo coeficiente de determinação R^2 (%).

Crerios estatísticos obtidos a partir dos resíduos também foram examinados, a saber: o viés (V) e erro médio quadrático (RMSE - *root mean square error*).

Essas estatísticas são descritas abaixo:

$$\text{Resíduo (\%)} = \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} 100$$

$$R^2(\%) = 1 - \frac{\sum_i^n (Y_i - \hat{Y})^2}{\sum_i^n (Y_i - \bar{Y})^2} 100$$

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \hat{y}_i}{n}$$

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_i^n (\hat{y}_i - y_i)^2 / n - 1}}{\sum_i^n \hat{y}_i / n} 100$$

em que y_i , \hat{y}_i e \bar{y}_i , são respectivamente os valores observados, os valores preditos e a média dos valores das variáveis dependentes; n é o total de observações usados no ajuste; $d_i = Y_i - \hat{Y}_i$; e p é o número de coeficientes do modelo.

4 Resultados e Discussão

4.1 Ajuste e validação dos modelos não segmentados e de forma variável para o diâmetro

As equações *NS* e de *FV* ajustaram-se bem aos dados da espécie (Tabela 7 e 8) e seus coeficientes tiveram resultados significativos (Tabela 6).

TABELA 6 - Coeficientes obtidos no ajuste das equações NS e de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*

Equação	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	β_8
Não segmentadas									
Demaerschalk.72	0.099032*	0.924957*	0.773473*	-0.751032*					
Kozak.69.c	1.263806*	-2.213521*	0.934302*						
Ormerod	0.732719*								
Forma variável									
Kozak.04.b	1.373134*	0.963901*	-0.064133*	7.565419*	-6.770376*	-3.723674*	14.536717*	0.328596*	8.7927*

*significativo a 5% de probabilidade pelo teste t
^{ns} não significativo a 5% de probabilidade pelo teste t

4.2 Avaliação das estimativas de diâmetro a partir das equações ajustadas para os dados de ajuste

Utilizando os coeficientes obtidos em cada equação ajustada, foram estimados os valores de todos os diâmetros mensurados em todas as alturas (h) em todos os fustes. A partir dessas estimativas, pode-se definir as equações com melhor desempenho nos grupos *NS* e de *FV* em relação a análise total dos diâmetros.

As estimativas foram melhores na equação de *FV*, comparando com os valores médios obtidos nas equações *NS* (TABELA 7).

TABELA 7 – Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas dos diâmetros para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* a partir dos dados de ajuste

Equação	R² (%)	V	RMSE (%)	Classif.
Não segmentadas				
Demaerschalk.72	96.99	-0.01376	10.14	2
Kozak.69.c	96.77	-0.06369	10.55	3
Ormerod	96.47	-0.3221	11.33	4
Forma variável				
Kozak.04.b	97.94	0.02032	8.36	1
Valores médios				
Não segmentadas	96.74	-0.13319	10.67	-

Para a estatística R² (%) obteve-se altos valores (superiores a 95%), indicando que as equações conseguem explicar apropriadamente as estimativas de diâmetro ao longo do fuste. Para a equação de *FV* observou-se o maior valor da estatística (97,94 %).

Nos resultados da estatística RMSE (%), relativo ao erro médio quadrático das estimativas, as equações *NS* produziram valores superiores a 10%. A equação de *FV* apresentou valor de RMSE (%) de 8,36%.

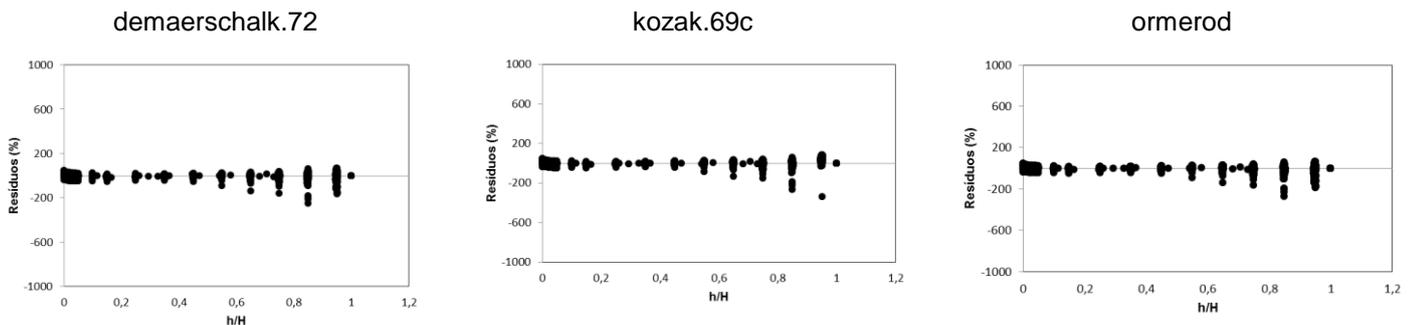
As estatísticas V e RMSE, relacionadas a tendência das estimativas, estão associadas aos resultados da análise gráfica de resíduos. O menor valor de V foi encontrado na equação *NS* de Demaerschalk (1972), seguido da equação *FV* de Kozak (2004b).

Testando 18 modelos de afilamento, sendo 6 não segmentados, 2 segmentados e 10 de forma variável para avaliar o afilamento de árvores do plantio comercial de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*, Andrade (2014) concluiu que os modelos de forma variável resultaram em estimativas mais acuradas da variável diâmetro, sendo este um dos poucos trabalhos no Brasil comparando os três grupos de modelos, observando similaridade com os resultados observados neste estudo.

Miguel *et al.* (2011), testando equações de afilamento para estudar as estimativas de diâmetro para *Eucalyptus urophylla*, encontraram resultados de estimativas na equação de Kozak(c) *et al.* (1969) piores aos obtidos neste estudo para o híbrido de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*.

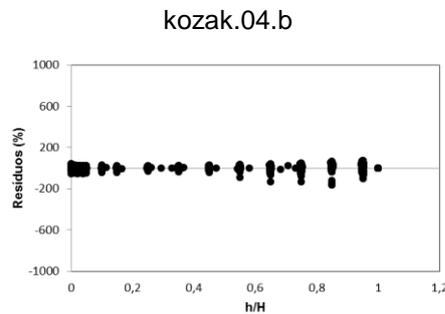
Os resíduos dos diâmetros estimados pelas equações NS (Figura 2), demonstram que a medida que os diâmetros se aproximam do ápice, mais superestimadas foram as estimativas.

FIGURA 2- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de ajuste



Pelos resultados do gráfico de resíduos (FIGURA 3) e das estatísticas, a equação de *FV* obteve melhor desempenho. Porém, mesmo apresentando valores de *RMSE* (%) baixo, a equação de *FV* apresenta maior dificuldade para estimar os diâmetros mais próximos ao ápice do fuste.

FIGURA 3- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro sem estratificação da equação de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de ajuste



4.3 Avaliação das estimativas de volume a partir das equações ajustadas para os dados de ajuste

O volume total, assim como na avaliação de todos os diâmetros, foi estimado com maior acurácia pelas equações de FV (TABELA 8).

Todas as equações apresentaram altos valores (acima de 98%) da estatística $R^2(\%)$, indicando que as equações conseguem explicar apropriadamente as estimativas de volume.

Os valores de erro médio quadrático das estimativas foram acima de 10% em todas as equações, observando um menor valor na equação de FV (14,03%), porém o modelo de Schumacher e Hall apresentou menor valor de RMSE (9,40%).

Da mesma maneira que em outros trabalhos, a equação de Schumacher e Hall apresenta a melhor eficiência de ajuste e tem sido utilizada na estimativa de volume de árvores (SALES et al., 2015; SILVA et al., 1996; SANTOS et al., 2010; AZEVEDO et al., 2011a).

No trabalho de Azevedo et al. (2011a) o modelo de Schumacher e Hall foi usado para estimar o volume de *Eucalyptus grandis* no município de Alagoinhas na Bahia, comparando com o modelo de razão volumétrica, modelo de taper e modelo para estimativa de múltiplos volumes.

Pela estatística V , a equação de FV apresenta menor valor (-0,00099), e tendendo a superestimar os volumes totais, como observado na Figura 5.

TABELA 8 - Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas dos volumes totais para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para dados do ajuste

Equação	R² (%)	V	RMSE (%)	Classif.
Não segmentadas				
Demaerschalk.72	98.43	0.00352	14.92	2
Kozak.69.c	98.05	0.00347	16.60	4
Ormerod	98.29	-0.00149	16.49	3
Forma variável				
Kozak.04.b	98.74	-0.00099	14.03	1
Valores Médios				
Não segmentadas	98.26	0.00184	16.00	-
Modelo de volume total				
Schumacher & Hall	98.50	0.00503	9.40	-

Testando os modelos não segmentados de Demaerschalk (1972), Kozak(c) *et al.* (1969) e Ormerod (1973), Môra *et al.* (2014) encontraram resultados menos acurados, exceto para o modelo de Demaerschalk, para estimativas de volume total de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em relação aos valores de R^2 (%) obtidos no presente estudo.

Os gráficos das equações *NS* (FIGURA 4), demonstram boa distribuição dos resíduos. As equações de Demaerschalk (1972) e de Kozak (1969) apresentaram uma tendência a subestimar os valores, enquanto a equação de Ormerod apresentou tendência a superestimar.

A equação de FV apresentou melhor distribuição dos resíduos (FIGURA 5), porém maiores resíduos para estimativas de volumes para árvores com *DAP* menores.

Comparadas a equação de Schumacher e Hall, a equação de FV foi a que apresentou melhor acurácia na estimativa de volume total.

Kozak (2004) citado por Jung *et al.* (2015), explicou que as equações de *taper* são melhores em comparação com as equações de volume convencionais, porque elas podem estimar o diâmetro a qualquer altura ao longo do fuste, altura comercial

para qualquer diâmetro superior e o volume do fuste em qualquer comprimento, volume comercial, e volume total.

FIGURA 4- Resíduos (%) das estimativas de volume total das equações *NS* para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de *dap* (cm) para os dados de ajuste

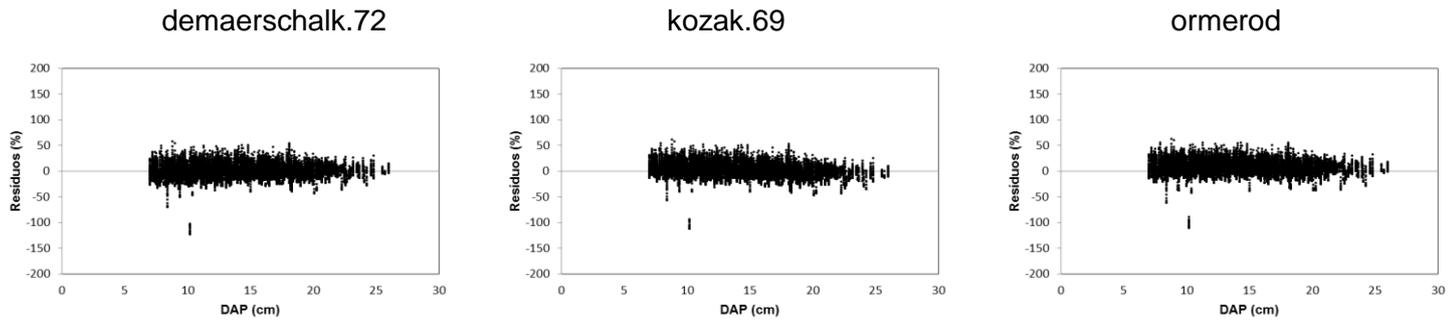


FIGURA 5- Resíduos (%) das estimativas de volume total das equação de *FV* para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de *dap* (cm) para os dados de ajuste

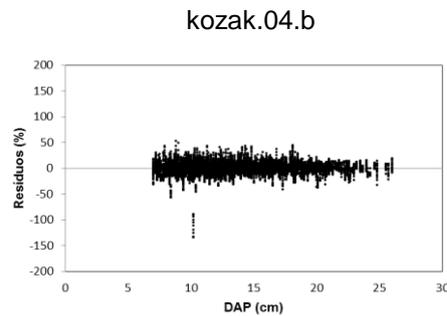
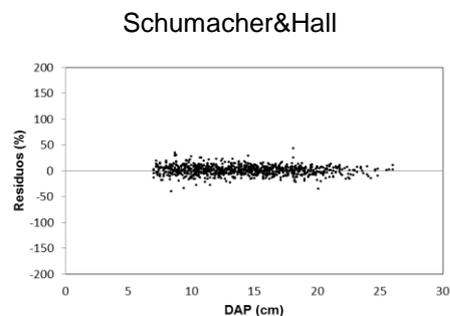


FIGURA 6- Resíduos (%) das estimativas de volume total das equação de Schumacher & Hall para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de *dap* (cm) para os dados de ajuste



4.4 Avaliação das estimativas de diâmetro a partir das equações ajustadas para os dados de validação

Utilizando os coeficientes obtidos em cada equação ajustada, foram estimados os valores de todos os diâmetros mensurados em todas as alturas (h) em todos os fustes.

As estimativas, para os dados de validação, foram melhores na equação de FV, comparando com os valores médios obtidos nas equações NS (TABELA 9).

Tabela 9 - Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas dos diâmetros para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para dados de validação

Equação	R ² (%)	V	RMSE (%)	Classif.
Não segmentadas				
Demaerschalk.72	98.38	-0.06725	10.19	2
Kozak.69.c	99.06	-0.11848	10.48	3
Ormerod	96.84	-0.37340	11.52	4
Forma variável				
Kozak.04.b	99.36	-0.03430	8.43	1
Valores médios				
Não segmentadas	98.09	-0.18637	10.73	

As estatísticas de R² (%) obtidas para os dados de validação foram superiores aos encontrados para os dados do ajuste, indicando que as equações conseguem explicar apropriadamente as estimativas de diâmetro ao longo do fuste. Do mesmo modo que para os dados de ajuste, o maior valor de R² foi observado para a equação de FV (99,36%).

Nos resultados da estatística RMSE (%), relativo ao erro médio quadrático das estimativas, todas as equações obtiveram erros menores que 12%, sendo o menor valor observado da equação de FV (8,43%).

Para os resultados de V, o menor valor observado foi na equação de FV (-0,03430).

As estimativas de RMSE (%) e V estão associadas aos resultados da análise gráfica de resíduos.

Os resíduos (Figura 7 e 8) das estimativas de diâmetros encontradas para o ajuste das equações para os dados de validação, tanto para as equações NS quanto

para a de FV, apresentam-se bem distribuídos, apresentando uma leve tendência a superestimar os valores, à medida que os diâmetros se aproximam do ápice.

FIGURA 7- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de validação

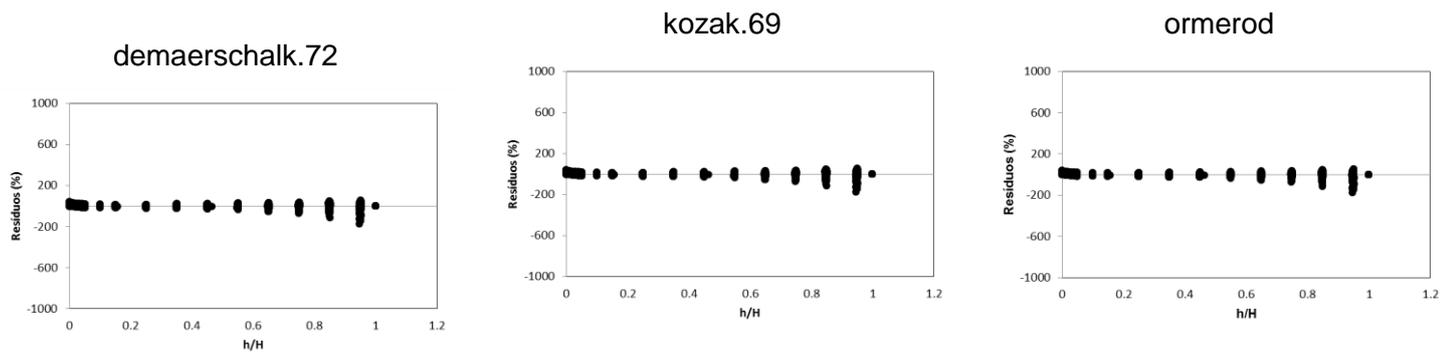
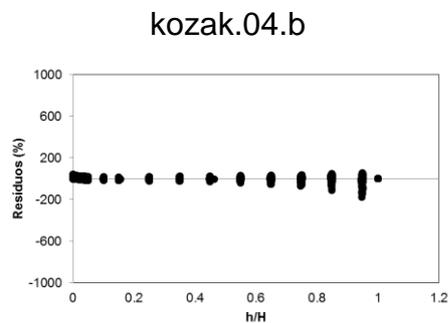


FIGURA 8- Resíduos (%) das estimativas de diâmetro da equação de FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de h/H para os dados de validação



4.5 Avaliação das estimativas de volume a partir das equações ajustadas para os dados de validação

As estimativas para o volume total encontrada pelas equações ajustadas para os dados de validação encontram-se na Tabela 10.

Tabela 10 - Estatísticas das equações ajustadas para avaliar as estimativas do volume total para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* para dados de validação

Equação	R ² (%)	V	RMSE (%)	Classif.
Não segmentadas				
Demaerschalk.72	99.19	0.00213	14.08	1
Kozak.69.c	99.06	0.00200	15.13	3
Ormerod	98.94	-0.00286	17.04	4
Forma variável				
Kozak.04.b	99.17	-0.00229	15.02	2
Valores Médios				
Não segmentadas	99.06	0.00042	15.42	
Modelo de volume total				
Schumacher e Hall	98.58	0.00071	9.29	

Todas as equações apresentaram altos valores (acima de 98%) da estatística R²(%), indicando que as equações conseguem explicar apropriadamente as estimativas de volume.

Os valores de erro médio quadrático das estimativas foram acima de 14% em todas as equações, observando um menor valor na equação NS (14,08%), todavia o modelo de Schumacher e Hall apresentou menor valor de RMSE (9,29%), sendo esta uma equação convencional para estimativas de volume com melhor eficiência de ajuste.

Assim como nos dados de ajuste, as estimativas das equações de *taper* para o volume total apresentaram similaridade com o modelo convencional de Schumacher e Hall, demonstrando assim sua eficiência, sendo que a equação NS de Demaerschalk (1972) foi a que apresentou melhores resultados comparado ao modelo convencional.

FIGURA 9 - Resíduos (%) das estimativas de volume total das equações NS para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de *dap* (cm) para dados de validação

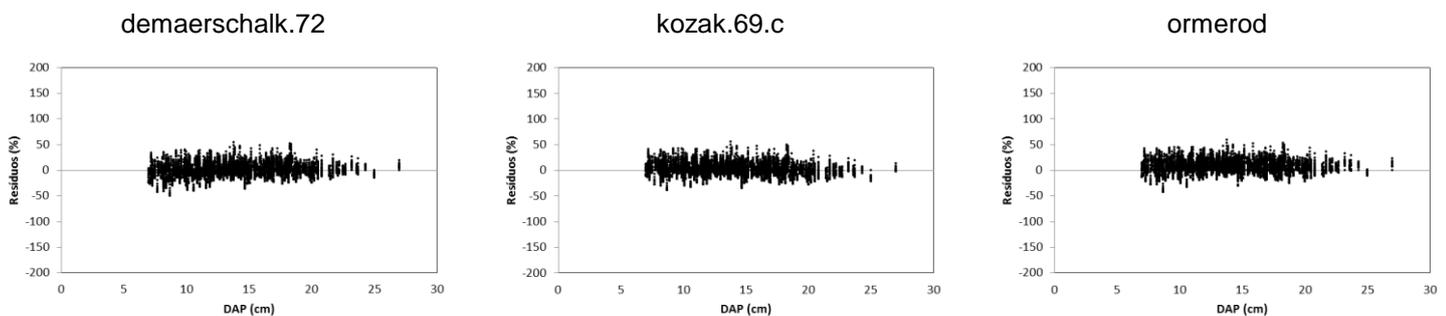


FIGURA 10- Resíduos (%) das estimativas de volume total da equação FV para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de *dap* (cm) para dados de validação

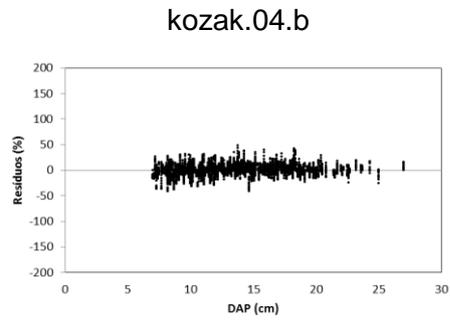
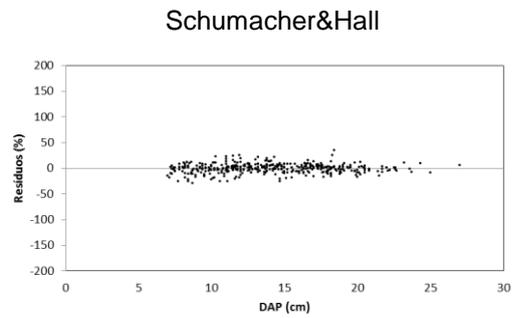


FIGURA 11 - Resíduos (%) das estimativas de volume total da equação de Schumacher & Hall para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em função de *dap* (cm) para dados de validação



5 Conclusão

A equação de *FV* de Kozak (2004b), comparada às três equações *NS*, obteve resultados mais acurados nas estimativas de diâmetro ao longo do fuste e nas estimativas de volume total.

As equações apresentaram similaridade nas estatísticas para volume total, ajustadas pelo modelo de Schumacher e Hall, demonstrando assim sua eficiência no uso do cálculo para volume total, apresentando como vantagem ao modelo de Schumacher e Hall a possibilidade do cálculo de volume em qualquer porção do fuste.

Uma vez que os diversos estudos realizados no Brasil a respeito de afilamento de fuste utilizam os modelos não segmentados e segmentados, estudos relacionados aos modelos de forma variável demonstram estimativas mais acuradas de diâmetros e volume, assim como o presente estudo, podendo ser melhores alternativas para essas análises.

6 Referências

- ABRAF. **Anuário estatístico da ABRAF 2013: Ano base 2012**. Brasília: 2013.
- ANDRADE, V. C. L. Novos modelos de *taper* do tipo expoente-forma para descrever o perfil do fuste de árvores. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v.34, n.80, p.1-13, 2014.
- ASSIS, A. L. de. **Acurácia nas estimativas de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla***. 1998. 183 f. Monografia (Graduação em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.
- AZEVEDO, T. L.; MELLO, A. A.; FERREIRA, R. A.; SANQUETTA, C. R.; NAKAJIMA, N. Y. Equações hipsométricas e volumétricas para um povoamento de *Eucalyptus* sp. localizado na FLONA do Ibura, Sergipe. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, Recife, v. 6, p. 105 - 112, 2011(a).
- BALDWIN JR, V. C.; FEDUCCIA, D. P. Compatible tree-volume and upper-stem diameter equations for plantation Loblolly Pines in the West Gulf region. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 15, n. 2, p. 92-97, 1991.
- BALDWIN JR, V. C.; PETERSON, K. D.; CLARK III, A.; FERGUSON, R. B.; STRUB, M. R.; BOWER, D. R. The effects of spacing and thinning on stand and tree characteristics of 3-g-year-old Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.137, n.1-3, p. 91-102, 2000.
- BI, H. Trigonometric Variable-Form Taper Equations for Australian Eucalypts. **Forest Science**, v. 46, n. 3, p. 397–409, 31 jul. 2000.
- BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. **Forest Science**, v. 30, n. 4, p. 1103-1117, 1984.
- BYRNE, J. C.; REED, D. D. Complex compatible taper and volume estimation systems for Red and Loblolly Pine. **Forest Science**, Washington, v.32, n.2, p.423-443, 1986.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal, Perguntas e Respostas**. 3. ed. Viçosa: UFV, 2009.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. E.; MAX, T. A. Evaluating of two methods for cubic-volume prediction of Loblolly Pine to any merchantable limit. **Forest Science**, Washington, v.26, n.1, p.71-80, 1980.

CHICHORRO, J. F. et al. Equações de volume e de *taper* para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica. **Revista Árvore**, v. 27, n. 6, p. 799-809, 2000.

CHICHORRO, J. F.; RESENDE, J. L. P.; LEITE, H. G. Equações de volume e de *taper* para quantificar multiprodutos da madeira em Floresta Atlântica. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 27, n. 6, p. 799-809, 2003

DEMAERSCHALK, J. P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.3, n.1, p.90–94, 1973.

DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual-equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.7, n.3, p.488-497, 1977.

DRESCHER, R.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Sortimentos de *Pinus elliottii* Engelm para a região da serra do sudeste do estado do Rio Grande do Sul – Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 9, n. 2, p. 55-73, 1999.

FANG, Z.; BORDERS, B. E.; BAILEY, R L. **Tree volume and upper-stem diameter predictions for planted Loblolly and Slash Pine based on a compatible volume-taper system with segmented-stem form factors** (PMRC Technical Report 1999-3), 20p., 1999.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliottii* Engelm. var. *elliottii* e sua avaliação econômica**. 138 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* in Southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v. 83, n. 1, p. 39-46, 1996.

FINGER, C. A. G.; ZANON, M. L. B.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden implantados na

depressão central e encosta do sudeste do Rio Grande do Sul. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.25, n.3, p.399-403, 1995.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R. S.; ACERBI JR., F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 11, n. 1, p. 167-188, 2001

FORSLUND, R. R. A geometrical tree volume model based on the location of the centre of gravity of the bole. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.12, n.2, p.215-221, 1982.

FRIEDL, R. A. Dinâmica e Prognose da Forma dos Fustes em Povoamentos Plantados de Araucaria. **Dados**, 1989.

HÄRDTL, H. Die formbildende Wirkung der Eigenlaft von Stamm und Zweigen bei einem Nadelbaum. **Forstwiss. Centr**, Alemanha, v.60, p. 424-429, 1938.

HRADETZKY, J.: **Analyse und interpretation statistischer abrängerkeiten**. Mitteilungen der Forstlichen Versuchs-und Forschungsanstalt Baden-Wüettemberg, Heft Nr. 76, 1976.

JUNG, S. C.; SEO, Y. O.; WON, H. K.; et al. Evaluation of some stem taper models for *Camellia japonica* in Mount Halla, Korea. **Journal of Mountain Science**, 2015.

KOHLER, S. V. EVOLUÇÃO DO AFILAMENTO DO TRONCO E DO SORTIMENTO EM PLANTIOS DE *Pinus taeda* NOS ESTADOS DO PARANÁ E SANTA CATARINA. p. 84, 2013.

KOZAK, A. A variable exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.18, n.11, p.1363-1368, 1988.

KOZAK, A. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 27, n. 5, p. 619-629, 1997.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v. 80, n. 4, p. 507-515, 2004.

KOZAK, A.; MUNRO D. D.; SMITH J. H G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.45, n.4, p.278-283, 1969.

LARSON, P. R. Stem form development of forest trees. **Forest Science** (Monograph), Washington, p.1-41, 1963.

LEE, W. K.; SEO, J. H.; SON, Y. M.; LEE, K. H.; von GADOW, K. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.172, n.1, p.69-77, 2003.

LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.

MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus* sp. em função da qualidade do fuste**. 2006. 90 f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre.

MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; OLIVEIRA, J. T. S.; NOGUEIRA, G. S.; ASSIS, A. L. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. Para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, jan./mar. 2007.

MIGUEL, E. P. **Avaliação biométrica e prognose da produção de *Eucalyptus urophylla* (S.T. Blake) na região norte do estado de Goiás**. 165f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

MÔRA, R. Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna*. p. 277, 2015.

MÔRA, R. **Influence of the adjustment form and the sections length in the performance of taper functions** Universidade Federal do Espírito Santo, , 3 fev. 2011. Disponível em: <<http://www.bibliotecaflorestal.ufv.br:80/handle/123456789/4150>>. Acesso em: 13

abr. 2016

MÔRA, R.; SILVA, G. F.; GONÇALVES, F. G.; SOARES, C. P. B.; CHICHORRO, J. F.; CURTO, R. A. Análise de diferentes formas de ajuste de funções de afilamento. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v.42, n.102, p.237-249, 2014.

MUHAIRWE, C. K. Examination and modelling of tree form and taper over time for interior lodgepole pine. 1993.

MUHAIRWE, C. K. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.113, n.2-3, p.251-269, 1999.

NEWNHAM, R. M. **A variable-form taper function**. Can. For. Serv. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83., 31 p.,1988.

NEWNHAM, R. M. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.22, n.2, p.210-223, 1992.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.49, n.3, p.136–138, 1973.

PEREZ, D. N.; BURKHART, H. E.; STIFF, C. T. A variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in Central Honduras. **Forest Science**, Washington, v.36, n.1, p.186-191, 1990.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. **Mensura forestal**. San José – Costa Rica: GTZ-IICA, 1997.

RATKOWSKY, D. A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: Marcel Dekker Inc., 241p., 1990.

REED, D. D.; BYRNE, J. C. A simple, variable form volume estimation system. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v.61, n.2, p.87-90, 1985.

REGAZZI, A. J.; SILVA, C. H. O. Testes para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear em dados de experimento com delineamento em blocos casualizados. **Revista Ceres**, Viçosa, v.57, n.3, p.315-320, 2010.

REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. **Revista Ceres**, Viçosa, v.50, n.287, p.9-26, 2003.

RIOS, M. S. **A eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica e razões de volume para representar o perfil do fuste da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii***. 1997. 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1997.

ROJO, A.; PERALES, X.; SÁNCHEZ-RODRÍGUEZ, F.; GONZÁLEZ-ALVAREZ J. G.; Von GADOW, K. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.124, n.3, p.177-186, 2005.

SALES, F. C. V.; SILVA, J. A. A.; FERREIRA, R. L. C.; GADELHA, F. H. L. Ajustes de modelos volumétricos para o clone *Eucalyptus grandis* x *E. urophylla* cultivados no Agreste de Pernambuco. **FLORESTA**, Curitiba, PR, v. 45, n. 4, p. 663 - 670, out. / dez. 2015.

SANTOS, C. S. A.; SILVA, J. A. A.; CORDEIRO, G. M.; GOUVEIA, J. F.; SILVA, A. O. Modelos Simétricos Transformados não lineares com aplicação na estimativa volumétrica em Híbrido de *Eucalyptus tereticornis* no Pólo Gesseiro do Araripe – PE. SINAPE – In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 19, **Anais...** Águas de São Pedro, 2010. p. 7.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Masse, Sorten und Wertberechnung stehender Waldbestände Schriftenreihe Bad. [S.I.]**: Wurt-Forstl.,1966. n.p. SILVA, J.A. **Biometria e estatística florestal**. Santa Maria: UFSM, 1977. 235 p.

SCOLFORO, J. R. S., RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

SILVA, G. F.; CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. Alternativas para estimar o volume comercial em árvores de eucalipto. **Revista Árvore**. Viçosa, v. 20, p. 467 - 481, 1996.

SOUZA, C. A. M. DE. SEGMENTADOS E SEGMENTADOS NA ESTIMAÇÃO DE

Eucalyptus sp . v. C, 2007.

SOUZA, C. A. M.; SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; CHICHORRO, J. F.; SOARES, C. P. B.; SOUZA, A. L. Avaliação de modelos de *taper* não segmentados na estimação da altura e volume comercial de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 18, n. 3, p. 387- 399, mai./jun. 2008.